Incertitude et environnement: essai de représentation et analyse des choix publics

Tania Bouglet

UNIVERSITÉ PARIS I – PANTHÉON - SORBONNE
U.F.R SCIENCES ÉCONOMIQUES

Année 2002

T H È S E

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS I

Discipline : Sciences Économiques

présentée et soutenue publiquement par

Tania BOUGLET

Le 17 décembre 2002

INCERTITUDE ET ENVIRONNEMENT :

ESSAI DE REPRESENTATION ET ANALYSE DES CHOIX PUBLICS

Directeur de thèse :

Madame Michèle COHEN, Professeur à l'Université de Paris I – Panthéon - Sorbonne

---

Membres du Jury

Madame Michèle COHEN, Professeur à l'Université de Paris I

Monsieur Olivier GODARD, Directeur de recherche au CNRS, Laboratoire d'Econométrie

Monsieur Christian GOLLIER, Professeur à l'Université des Sciences-Sociales de Toulouse

Monsieur Robert KAST, Directeur de recherche au CNRS, GREQAM, Rapporteur

Monsieur Gilles ROTILLON, Professeur à l'Université de Paris X, Rapporteur

Madame Katheline SCHUBERT, Professeur à l'Université de Paris I

Monsieur Jean-Christophe VERGNAUD, Chargé de recherche au CNRS, EUREQua

Remerciements

Je remercie très chaleureusement Michèle Cohen, mon directeur de thèse, pour m'avoir prodigué, tout au long de ces années de recherche, conseils et encouragements.

Gilles Rotillon m'a conseillée pour le dernier chapitre de cette thèse. Je l'en remercie vivement, ainsi que d'avoir accepté d'être rapporteur.

Robert Kast a bien voulu s'intéresser à mes travaux et accepter d'en être rapporteur, je lui en suis très reconnaissante.

Ma reconnaissance va également à Olivier Godard, Christian Gollier et Katheline Schubert pour avoir accepté de faire partie de mon jury.

Je voudrais exprimer ma gratitude à David Encaoua, directeur du CEME, puis Antoine d'Autume et Hubert Kempf directeurs d'EUREQua mes deux laboratoires d'accueil au sein de l'Université de Paris I qui m'ont permis de commencer cette thèse et poursuivre ma recherche dans un environnement scientifique de grande qualité, ainsi que de participer à des séminaires et des colloques.

J'ai pu terminer cette thèse à l'IEP de Paris. Je remercie tout particulièrement Patrick Messerlin qui m'a accueilli au sein de son laboratoire du GEM et m'a permis de terminer cette thèse dans les meilleures conditions.

Cette thèse doit beaucoup à Jean-Christophe Vergnaud. Les chapitres 3 et 5 proviennent d'un travail en collaboration. Travailler avec lui a été très enrichissant et je l'en remercie.

Le chapitre 3 est issu d'un travail en collaboration avec Thomas Lanzi. Travailler avec lui a été un plaisir.

Je voudrais remercier Johan Bouglet, Meglena Jeleva pour leur relecture attentive de versions préliminaires de ce travail ainsi que Marie Bessec, Niousha Shahidi, Jean-Marc Tallon et Jean-Philippe Tropeano.

Je remercie tout particulièrement Marie Bessec, Sebnem Sahin, Niousha Shahidi pour leurs encouragements et leur enthousiasme.

Je n'oublie pas mes collègues des laboratoires EUREQua et GEM. Je tiens à leur exprimer mes remerciements.

La confiance et le soutien de mes parents ne m'ont jamais fait défaut. Johan a toujours été disponible lorsque je l'ai sollicité, Brice a toujours été intéressé par mes travaux. Je leur dois beaucoup.

Je tiens à remercier Gustave pour sa compréhension et sa patience. Ses encouragements m'ont été très précieux.

Introduction Générale

En absence de certitudes scientifiques, la règle a été pendant longtemps d'attendre d'en savoir davantage avant de prendre des mesures effectives : les décisions effectives n'étaient envisagées qu'en présence de risques avérés. C'est par exemple le cas des chlorofluorocarbures[1] (CFC) pour lesquels certains pays ont attendu d'avoir des certitudes sur leur nocivité pour interdire les produits en contenant.

Toutefois depuis une vingtaine d'années, la question de l'opportunité d'une gestion plus précoce des risques a été posée. L'origine de ce questionnement provient du sentiment d'erreurs commises. En 1987, la signature du protocole de Montréal marque la suppression des émissions de CFC à l'échelle mondiale, mais la communauté scientifique s'accorde à dire que ces mesures ont été prises dix ans trop tard.

La question est donc de savoir s'il faut effectivement étendre la gestion des risques dans le cas d'incertitudes scientifiques et surtout de quelle manière. La gestion économique des risques environnementaux avérés obéit à des règles assez bien établies. La méthode la plus employée pour fonder économiquement une décision est l'analyse coûts-avantages (Bontems, Rotillon 1998). Une décision est justifiée économiquement par une analyse coûts-avantages si la somme des bénéfices qu'elle procure est supérieure à celle de ses coûts.

Que faire lorsqu'il s'agit d'incertitudes scientifiques ? Jusqu'à récemment, on a donc préféré "apprendre avant d'agir" plutôt que "agir avant d'apprendre". L'argument invoqué est que, lorsqu'on saura, il sera toujours temps d'agir si le risque s'avère exister, les progrès de la science seront tels qu'on pourra réagir. Anticiper

[1] gaz propulsant dans les bombes aérosols par exemple

semble alors inutile.

Pourquoi remettre en cause une telle attitude qui paraît intuitivement fondée ? Une des raisons principales, c'est le constat qu'au moment où la connaissance scientifique se stabilisera, l'ampleur du risque s'il est avéré sera telle que sa gestion sera coûteuse : une fois l'information disponible (si elle l'est un jour), il peut être trop tard pour agir : il n'y a pas d'adaptation possible. On pense par exemple au problème du réchauffement climatique : si on attend de savoir avec certitude si les émissions de CO_2 vont produire un réchauffement planétaire pour réduire ces émissions, il existe des phénomènes d'irréversibilité tels qu'on ne pourra pas déstocker si cela s'avère nécessaire. Ces stratégies d'attente peuvent se révéler, de toutes façons, coûteuses. Dans le cas des CFC, si des mesures internationales avaient été prises en 1976, on pourrait aujourd'hui continuer à produire 200 000 tonnes de CFC par an au lieu d'avoir à les interdire en 1986. Or, le système atmosphérique est déstabilisé pour cent ans au moins.

Aujourd'hui, il existe une prise de conscience de ces risques non prouvés et de la nécessité d'appréhender différemment la décision face à de tels risques[2], d'apprendre à *décider en l'absence de certitudes scientifiques.* Il faut "faire avec" ce décalage entre le moment d'agir et le moment où l'on a des certitudes. Face à une demande pressante d'une opinion publique de plus en plus préoccupée par la possibilité d'atteintes graves et irréversibles à l'environnement, le décideur doit apporter des réponses.

L'instauration du Principe de précaution (pour la France, loi Barnier 1995) est sensé répondre à ces attentes. Ainsi, *"l'absence de certitudes, compte tenu des connaissances scientifiques et techniques du moment, ne doit pas retarder l'adoption de mesures effectives et proportionnées visant à prévenir un risque de dommages graves et irréversibles à l'environnement à un coût économiquement acceptable".* Ce Principe nous dit que l'absence de certitudes ne peut servir de prétexte à l'inaction. L'application opérationnelle de ce principe n'est pas clair.

[2] *La décision publique face aux risques*, Rapport du séminaire "Risques" animé par M. Matheu, eds La documentation Française, 2002.

L'objectif de ma thèse est à partir du point de vue de la théorie économique et plus spécifiquement de la théorie de la décision d'apporter un éclairage et de suggérer des outils. Cet objectif n'est pas neuf mais traditionnellement, l'analyse économique des décisions en incertitude est menée à travers le prisme de la théorie de l'espérance d'utilité (EU).

Or, les problèmes environnementaux sont tels que cette distribution est rarement disponible. En effet, une des spécificités des incertitudes scientifiques est l'absence de probabilités (cf rapport Kourilsky-Viney, 2000), soit qu'elles ne sont pas connues car on ne dispose pas de fréquences observées ou estimées, soit qu'il n'y a tout simplement pas de sens à parler de probabilités objectives lorsque l'incertitude correspond à des théories en concurrence : ainsi on ne peut parler de fréquence avec laquelle une théorie pourrait être vraie. Ce qui distingue donc les risques avérés de l'incertitude scientifique, c'est l'absence de probabilités objectives.

Néanmoins, les économistes qui s'y sont intéressés, l'ont fait dans le cadre du modèle d'espérance d'utilité. Se pose donc la question du statut des probabilités apparaissant dans ce critère de décision et de la pertinence de cette formalisation. On ne peut parler de probabilités que dans le sens de probabilités subjectives du décideur public. Mais quelles seraient-elles ? Ce pourrait être les degrés de confiance du décideur dans les différentes alternatives scientifiques en présence ou le poids relatif qu'il accorde à tel ou tel expert. Mais en quoi l'opinion personnelle d'un décideur public, même bien informé, aurait-elle une quelconque légitimité pour des décisions publiques ? Ce pourrait être le résultat des agrégations des probabilités subjectives des individus ? Cela paraît difficile tant on peut douter que les individus soient suffisamment informés sur l'état de la science pour qu'ils soient capables d'exprimer des probabilités subjectives.

L'incertitude environnementale ne peut être étudiée à travers une approche supposant une distribution de probabilité connue. Un double problème se pose : comment représenter l'incertitude scientifique ? Comment intégrer cette représentation dans un critère de décision ?

Il est alors nécessaire d'explorer d'autres critères proposés par la théorie de la décision. Certains ont été retenus par les économistes pour traiter l'incertitude environnementale (dans la perspective de rendre opérationnel le Principe de Précaution). En partant d'un modèle à la Gilboa-Schmeidler (1989), Chevé et Congar (2000) préconisent ainsi le critère de décision Maxmin EU comme critère opérationnel. Chaque action est alors évaluée par rapport au pire scénario[3]. Henry et Henry (2002) suggèrent également d'utiliser des outils plus généraux que les probabilités, en considérant aussi une famille de probabilités.

Ces approches peuvent convenir pour certaines situations particulières d'incertitude scientifique qualifiées parfois dans la littérature de probabilités imprécises (Walley, 1991) : il existe une probabilité objective sous-jacente inconnue (par exemple, faute de données longues sur les fréquences). Ces approches reposent en effet sur l'idée que l'incertitude environnementale est une incertitude probabilisable dans le sens où on pense qu'il existe une distribution de probabilité objective, même si elle n'est pas connue.

Dans certains cas, on peut envisager que l'incertitude scientifique est de cet ordre. Dans d'autres, on peut imaginer de manière plus radicale qu'elle n'est pas probabilisable : c'est notamment le cas face à des hypothèses scientifiques en concurrence. Il existe des analyses qualitatives fines des incertitudes scientifiques proposées par exemple par Chevassus-au-Louis (2002, 2000) et Godard (2000). Les classifications proposées montrent qu'il y a toute une gradation de plausibilité dans l'incertitude scientifique (allant des pures hypothèses de travail aux hypothèses fortement étayées voire prouvées mais pour lesquelles le risque reste mal mesuré). Les outils requis pour représenter ce type d'incertitude n'ont pas a priori à voir avec les probabilités. Il est alors nécessaire de chercher des outils plus qualitatifs permettant de représenter

[3]Pour chaque décision possible, on calcule l'espérance d'utilité de cette décision pour toutes les distributions de probabilité considérées et on en prend le minimum. On choisit alors la décision qui maximise ce minimum.

cette incertitude.

Il faut donc partir du problème environnemental afin d'analyser la particularité et l'originalité de l'incertitude environnementale et de trouver les outils permettant sa représentation. Quels sont alors les critères qui peuvent permettre de traiter cette incertitude originale ? De fait, au vu de ces critères, quelles sont alors les meilleures décisions ? Sont-elles comparables avec celles qui seraient issues d'un critère non adapté ?

Outre l'absence de certitudes scientifiques, il existe d'autres caractéristiques communes aux problèmes environnementaux qu'il est nécessaire de prendre en compte dans l'analyse des décisions.

Premièrement, la dimension temporelle est importante. Les problèmes environnementaux durent dans le *temps* : si les risques sont effectifs, ils sont amenés à faire sentir leurs effets sur de nombreuses années. Par exemple, si les émissions de gaz à effet de serre induisent réellement un réchauffement climatique, ce dernier perdurera pendant des dizaines, voire des centaines d'années ou plus encore. Cet aspect temporel permet de prendre en compte l'évolution potentielle des connaissances vis-à-vis du risque soupçonné. Cette dernière va induire une augmentation ou une diminution de l'incertitude initiale. Ainsi, le temps permet d'introduire comme autre caractéristique essentielle, l'*arrivée d'information.*

Deuxièmement, ils génèrent des phénomènes d'*irréversibilités.* Ainsi, les émissions de gaz à effet de serre vont se stocker dans l'atmosphère. D'une période à l'autre, ce stock va être augmenté des nouvelles émissions (diminué de l'absorption naturelle). Il y a irréversibilité dans le sens où l'on ne peut diminuer ce stock : on ne peut émettre négativement.

Ces deux dimensions sont connues et il existe de nombreuses analyses économiques les prenant en compte. Toutefois, cette analyse a été menée dans le cadre d'espérance d'utilité. Mais en dehors du problème de formalisation de l'incertitude, il nous semble que l'analyse des irréversibilités n'est pas très claire.

En particulier, une question a fait l'objet d'un certain nombre d'analyses, celle de l'impact de l'arrivée d'information sur les décisions dans un problème où il existe des irréversibilités (Arrow-Fisher 1974, Henry 1974). Le concept de référence est alors celui d'"effet irréversibilité". On dit qu'il y a un effet irréversibilité si *dans un problème où il existe des irréversibilités, la perspective d'information induit des décisions optimales aujourd'hui plus flexibles.* On s'aperçoit de l'importance de l'anticipation : les décisions optimales aujourd'hui dépendent de ce qui va arriver demain.
L'effet irréversibilité est vérifié dans les modèles d'Arrow-Fisher (1974) et d'Henry (1974) où il y a séparabilité intertemporelle. Néanmoins, dans les modèles plus complexes sans séparabilité intertemporelle, tels ceux de Gollier-Jullien-Treich (2000), Ulph et Ulph (1997), l'effet irréversibilité n'est plus toujours vérifié.
Selon nous, le concept d'effet irréversibilité n'est pas adapté car il ne permet pas d'isoler les effets induits par chaque caractéristique sur la décision optimale, *à savoir l'information et les irréversibilités.*

Dès lors, il paraît important

i) d'adopter un cadre plus adapté pour saisir l'incertitude environnementale et

ii) d'isoler chacun de ces effets.

Un concept est très lié à l'effet irréversibilité : le concept de "quasi-valeur d'option" (Arrow-Fisher 1974, Henry 1974). Ce dernier mesure le supplément de valeur de l'information, dans un problème avec des irréversibilités, induit par une décision aujourd'hui plus flexible. Les remarques relatives à la quasi-valeur d'option sont similaires à celles faites pour l'effet irréversibilité.

Plan de la thèse

La thèse se décompose en 2 parties.

La **première partie** est consacrée aux problèmes environnementaux caractérisés par l'absence de certitudes scientifiques. Comment un décideur peut-il faire le meilleur choix face à de tels problèmes ? Nous pensons que deux étapes constituent un préalable à la décision. Il faut savoir tout d'abord quelles sont les connaissances scientifiques sur le problème à résoudre, puis à partir de cette information, disposer d'un critère de décision permettant de faire le meilleur choix. Ces questions seront analysées dans la première partie.

Dans le **chapitre 1**, nous proposons une caractérisation puis une représentation de l'incertitude environnementale.

Pour caractériser l'incertitude environnementale, nous faisons l'hypothèse que c'est une incertitude à deux niveaux. Lorsqu'il existe une incertitude scientifique, elle réside tout d'abord dans l'absence de relation de causalité établie. Cela peut provenir d'un problème dans l'identification des effets et/ou d'un problème dans l'identification des causes. Toutefois, l'absence de relation de causalité établie ne signifie pas que l'on ne sait rien. On dispose de différentes relations de causalité -on parlera de théories- et elles ont des statuts différents. Il faut en effet distinguer entre des relations qui sont au stade d'hypothèse de travail et des relations pratiquement établies. Nous utiliserons un concept déjà présent dans les milieux scientifiques, celui de plausibilité. Les relations de causalité seront ainsi décrites par leur degré de "plausibilité". Nous qualifierons cette incertitude sur les théories, d'incertitude de type 1. Ensuite, conditionnellement à une théorie donnée (sachant que l'incertitude de type 1 est levée), l'incertitude dans un problème environnemental n'est pas épuisée, il peut encore exister une autre incertitude, de nature différente. C'est une incertitude "probabilisable". On connaît l'ensemble des événements et on sait qu'il existe une distribution de probabilité, mais on ne connaît pas nécessairement les probabilités qui leur sont associées. Elles peuvent être connues, inconnues ou mal connues. Nous la qualifierons d'incertitude de type 2.

Nous étudions ensuite comment représenter l'incertitude environnementale à partir de la caractérisation que nous venons de proposer. Cette représentation est une étape nécessaire pour que l'on puisse ensuite l'utiliser dans les critères de décision. L'incertitude de type 1 est représentée à partir de l'outil des possibilités. Nous tentons d'expliquer pourquoi les probabilités ne peuvent jouer ce rôle. L'incertitude de type 2 est représentée à partir des probabilités et leur généralisation (famille de probabilité, capacité...). Il existe différents degrés d'incertitude (incertitude totale, partielle, probabilisée). A ces différents degrés d'incertitude, on associe les outils correspondants. L'évolution de l'incertitude peut être représentée également à partir de ces outils.

L'objet du **chapitre 2** est de proposer des critères de décision suivant le type d'incertitude observé. Nous nous plaçons dans une perspective d'aide à la décision face à un problème avec de l'incertitude environnementale.

Nous proposons alors des critères suivant le type d'incertitude et suivant l'attitude du décideur vis-à-vis de l'incertitude. Il existe deux types de critères en théorie de la décision : ceux pour lesquels l'information est révélée par les choix des agents et ceux pour lesquels l'information est directement utilisée dans le critère. Nous nous intéressons seulement au deuxième type de critères. On utilise directement l'information que l'on a décrite précédemment.

Les critères que nous présentons mobilisent les outils que nous avons proposés dans le chapitre 1 pour représenter les différents types d'incertitude. Dans le cas d'une incertitude de type 1, nous présentons les critères qui peuvent la traiter, i.e. ceux qui utilisent l'outil des possibilités, de même pour l'incertitude de type 2 nous présentons les critères qui utilisent l'outil des probabilités et leur généralisation. Pour chaque type d'incertitude, il existe plusieurs critères suivant l'attitude du décideur vis-à-vis de l'incertain. Nous proposons aussi une manière pour faire révéler l'attitude du décideur vis-à-vis de l'incertain.

Nous commençons par l'exposé d'un critère d'une nature particulière, basé sur les choix passés (case-based decision theory, Gilboa-Schmeidler 1989). Ce critère est utilisable dans les situations où l'on n'a pas le temps d'obtenir de l'information sur le problème (quelle soit de type 1 ou de type 2).

Nous nous plaçons ensuite dans un cas où il n'existe que de l'incertitude de type 1.

Puis, on se place conditionnellement à une théorie donnée, pour traiter l'incertitude de type 2. Enfin, nous traitons l'incertitude double. Nous appliquons ces critères à quelques exemples.

Pour l'incertitude de type 1, il existe deux types de critères. Un critère optimiste et un critère pessimiste. Nous présentons les axiomes permettant de faire révéler l'attitude du décideur vis-à-vis de l'incertitude.

Pour l'incertitude de type 2, on se place conditionnellement à une théorie donnée. Nous présentons des critères adaptés au degré de précision de l'information dont on dispose sur la distribution de probabilité caractérisant l'incertitude. Pour l'incertitude probabilisée, nous présentons le critère d'espérance d'utilité. Notons que ce cas est peu fréquent dans les problèmes environnementaux avec incertitude scientifique. Pour l'incertitude totale : nous proposons trois critères, dont deux sont des cas particuliers du troisième. Enfin, pour l'incertitude partielle, nous proposons le modèle de Jaffray (1989) et le modèle de Gajdos, Tallon, Vergnaud (2002).

Le traitement de l'incertitude à deux niveaux requiert une combinaison des critères pour l'incertitude de type 1 et de type 2.

Le **chapitre 3** aborde les critères de décision dans l'incertain sous un angle différent. Il s'agit d'une approche positive. Le critère de décision utilisé par le décideur public reflète ses intérêts privés qui sont ici de l'ordre de la réelection (choix méthodologique). Nous proposons une application de ce critère pour éclairer la mise en œuvre actuelle du Principe de précaution[4].

Les formulations du Principe de Précaution sont multiples. D'un côté, se diffuse sur le terrain médiatique une interprétation radicale et dommageable du Principe de précaution comme principe d'abstention. De l'autre, malgré les efforts de recherche entrepris, le Principe de précaution comme principe proportionné d'action n'a pas encore abouti à des procédures opérationnelles. Comme le dit B. Latour[5], *"En bana-*

[4]Nous n'exploiterons pas davantage cette voie dans les chapitres suivants.
[5]*Le Monde* du 3.1.00.

lisant le principe de précaution, nous raterions la chance de penser enfin la politique en situation d'incertitude scientifique".

L'objectif du chapitre est d'étudier le *coût* de rater cette chance. D'une part, nous présentons une formalisation du comportement d'un décideur public correspondant au Principe de précaution dans sa formulation radicale. D'autre part, nous comparons les décisions prises avec ce qu'une application "proportionnée" du Principe de précaution pourrait donner. Nous développons notre analyse dans une situation très simple où il s'agit de choisir entre développement économique et précaution.

Ce choix a un impact sur le stock de capital et le stock de pollution. Il y a une incertitude sur l'intensité des dommages induits par la pollution. Nous supposons que les agents condamnent réotractivement les décisions prises sur la base des connaissances scientifiques acquises depuis. Nous modélisons alors le comportement du décideur public de la manière suivante. Son intérêt est d'assurer sa réelection. Il sait que d'ici la date de la prochaine élection, l'incertitude sera levée et qu'à l'élection, c'est sur son bilan jugé rétroactivement qu'il sera réelu. Il cherche à maximiser sa probabilité de réelection. Nous considérons alors que c'est comme s'il minimisait l'espérance de regret des agents. En effet, quoi qu'il décide, il existe toujours un risque de regret : être "condamné" pour avoir agi précautionneusement et pour avoir bloqué le développement économique s'il s'avère qu'en fait le risque était faible, être "condamné" pour avoir laissé faire s'il s'avère qu'en fait le risque était fort.

Ceci constitue donc un modèle positif de représentation de la décision publique correspondant au Principe de précaution dans sa forme radicale. A contrario, nous proposons un critère de décision publique susceptible de correspondre à la version proportionnée du Principe de précaution. Nous comparons les décisions prises respectivement.

La variation de certains paramètres, tels que les taux de stockage de la pollution, d'accumulation du capital et d'actualisation, induit des choix plus précautionneux pour les deux critères. Par contre, une différence importante est notamment que les dates d'arrivée d'information et de réelection modifient le comportement du décideur public alors que ce n'est pas le cas avec le critère proportionné.

Selon la valeur des paramètres du problème de décision, les décisions prises selon les deux critères peuvent coïncider ou non. La mesure du coût annoncé précédemment que nous proposons est une mesure d'un taux de mauvaise décision prise par le décideur public. Sous certaines conditions, le recul de la date de la future élection et le rapprochement de la date d'arrivée d'information conduisent à des choix plus précautionneux. Cette tendance à plus de précaution correspond à une augmentation du biais de divergence et donc de mauvaises décisions.

La **deuxième partie** de cette thèse intègre, dans notre analyse des décisions environnementales en présence d'incertitude, une autre dimension essentielle : les problèmes d'irréversibilités. Pour sélectionner les critères de décision, il n'était pas nécessaire d'intégrer les irréversibilités au problème de décision. Toute la deuxième partie se fait en dynamique (2 périodes), avec arrivée d'information, et présence d'irréversibilités. Dans cette partie, on retient certains des critères proposés dans le chapitre 2. Il s'agit alors d'étudier les *décisions optimales.* Comme il existe déjà une littérature relative à l'analyse de décisions optimales dans un contexte où il existe de l'incertitude, des irréversibilités et où de l'information arrive, nous allons d'abord nous situer par rapport à cette littérature.

Le **chapitre 4** est, de fait, une revue de la littérature des modèles sur les irréversibilités décisionnelles. Dans un problème de décision où il existe de l'incertitude et des irréversibilités, Arrow-Fisher (1974) et Henry (1974) ont analysé l'impact de la perspective d'information sur la décision courante. Ils ont introduit à cet effet le concept "d'*effet irréversibilité*" qui s'énonce comme suit : "la perspective d'information induit une décision optimale de première période moins irréversible". Une décision est dite irréversible quand elle réduit l'ensemble de choix futur.

L'effet irréversibilité est donc un résultat de statique comparative. Cet effet est vérifié dans les modèles fondateurs. Par contre, dans les modèles plus généraux où la fonction d'utilité n'est pas forcément séparable, il n'est plus nécessairement vérifié. Il existe des conditions suffisantes à l'existence de l'effet irréversibilité (Epstein, 1980). Des applications relatives au réchauffement climatique (Gollier-Jullien-Treich 2000, Ulph-Ulph 1997) et au traitement des déchets nucléaires (Immordino 1999)en ont été faites.

Il existe des extensions qui portent sur la notion d'irréversibilité (l'irréversibilité n'est plus nécessairement synonyme de perte de flexibilité) et sur celle d'information (elle n'est plus nécessairement exogène).

Les modèles les plus récents, en cherchant à étendre les modèles originaux, ont introduit la notion de décision "précautionneuse" sans l'expliciter précisément et sans la caractériser par rapport à la notion originale de décision "flexible".

Toutefois, dans cette littérature, l'incertitude est représentée par une distribution de probabilité unique. Or, nous avons vu dans la première partie de cette introduction que cette représentation n'était pas toujours adaptée.

L'objet du **chapitre 5** est donc de réexaminer certains de ces modèles en utilisant un critère de décision plus adapté, selon nous, à l'incertitude environnementale. Nous utilisons le critère Maxmin comme critère de décision publique. Cela nous permet de traiter soit un cas d'incertitude de type 1 (sans incertitude de type 2) lorsque les théories sont entièrement plausibles, soit un cas d'incertitude de type 2 lorsqu'on a aucune information sur les événements pouvant se produire (incertitude totale).

Nous modifions également l'exercice de statique comparative pour identifier de manière plus claire les différents effets en jeu.

Dans les modèles d'Arrow-Fisher (1974) et d'Henry (1974), l'existence de l'effet irréversibilité est démontrée. Mais ce résultat ne dit rien en matière de "précaution". Les travaux théoriques plus récents, qui se sont inspirés du problème des gaz à effet de serre, étudient les décisions en matière d'émissions de ces gaz aujourd'hui. Sans être définie clairement, la précaution est introduite de manière intuitive : réduire les émissions, c'est limiter l'ampleur du réchauffement climatique si le lien entre gaz à effet de serre et climat existe. La dimension flexibilité reste présente : réduire les émissions aujourd'hui c'est s'offrir à la fois de la flexibilité et de la précaution. Or dans ces modèles traitant du réchauffement climatique, l'effet de l'information ne peut être déterminé sans équivoque. D'où l'impression que l'effet irréversibilité démontré dans les modèles fondateurs n'était plus nécessairement vérifié dans les modèles plus complexes.

Ces résultats ne sont pas liés à la présence d'irréversibilités : sans contrainte d'irréversibilité, on retrouve la même ambiguïté. Nous proposons d'isoler les effets induits par la présence d'irréversibilités de ceux produits par d'autres éléments : information, précaution. Ceci nous conduit à proposer une caractérisation formelle de la précaution de façon à la distinguer de la flexibilité (contrairement aux situations considérées dans la littérature).

La fonction d'utilité intertemporelle que nous présentons permet de généraliser quelques-unes des formes étudiées dans la littérature. Puis, nous proposons une typologie. Nous distinguons alors tout d'abord un *effet irréversibilité pur* qui traduit le fait que la présence d'irréversibilité induit des décisions de première période plus flexibles. Ensuite, en l'absence de contrainte d'irréversibilité, nous définissons un *effet informationnel pur* qui traduit le fait qu'une information plus "fine" conduit à prendre des décisions de première période plus précautionneuses. Enfin, nous considérons un *effet irréversibilité informationnel* qui traduit le rôle de l'irréversibilité par rapport à celui de l'information dans le sens suivant : nous disons qu'il existe un effet irréversibilité informationnel si, lorsqu'il existe un effet informationnel pur, alors en présence d'une contrainte d'irréversibilité, une information plus précise conduit à prendre des décisions de première période plus flexibles.

Ensuite, nous énonçons les principaux résultats et montrons qu'ils étendent les résultats de la littérature au cadre non-Bayésien. Nous montrons que l'effet irréversibilité pur est toujours présent, que l'effet informationnel pur n'est pas toujours avéré mais que lorsqu'il est présent, l'effet irréversibilité informationnel existe toujours.

Enfin, nous cherchons à déterminer si une situation d'incertitude totale conduit à prendre des décisions plus flexibles ou plus précautionneuses qu'une situation probabilisée. Il s'avère notamment que le critère Maxmin n'induit pas nécessairement des choix plus flexibles.

Le **chapitre 6** concerne les valeurs d'option. L'effet irréversibilité est un concept très lié, comme nous allons le voir, à celui de *quasi-valeur d'option*. Nous introduisons dans ce chapitre des concepts de valeurs d'option associés aux effets définis dans le chapitre précédent. Nos résultats sont valables pour le critère Maxmin[6] à l'exception des résultats relatifs à la précaution qui ne sont démontrés qu'avec le critère EU (nous n'avons pas encore démontré les résultats avec le critère Maxmin).

Arrow-Fisher (1974) et Henry (1974) ont étudié, avec un critère bayésien, l'influence de la prise en compte de l'information future sur la valorisation des décisions de première période et sur les décisions optimales (cf l'effet irréversibilité, chapitre 4). La prise en compte de l'information introduit une composante supplémentaire dans la valorisation des décisions de première période. C'est la *valeur de l'information*. Elle est positive (ou nulle). Mais cette valeur de l'information est différente selon le degré de flexibilité de la décision. Elle est nulle pour la décision irréversible et positive pour la décision flexible[7]. La différence de valeur d'information entre la décision flexible et la décision irréversible s'appelle la *quasi-valeur d'option*. Cette *variation de valeur* (induite par une décision plus flexible) est, dans leur modèle, positive. L'effet irréversibilité est également vérifié.

Nous allons généraliser cette analyse à un modèle plus général (sans séparabilité intertemporelle) et avec le critère Maxmin (hormis les résultats relatifs à la précaution).

De la même manière que pour l'information, nous allons étudier l'influence des

[6] Comme dans le chapitre précédent, ce critère peut être utilisé pour une incertitude de type 1 lorsque les théories sont entièrement plausibles et pour l'incertitude de type 2, lorsqu'on a aucune information sur les événements pouvant se produire.

[7] On se place dans un cas où il existe seulement deux décisions : une décision flexible et une décision irréversible.

autres caractéristiques sur la valorisation des décisions de première période. Ainsi, nous allons étudier l'influence de la présence d'irréversibilité sur la valorisation des décisions à structure d'information donnée, après avoir étudié l'influence de l'information mais dans un problème sans irréversibilité (Arrow-Fisher et Henry étudient seulement le cas où il existe des irréversibilités).

De même que la prise en compte de l'information induit une composante supplémentaire dans la valorisation des décisions (c'est-à-dire la valeur de l'information), la non prise en compte des irréversibilités introduit une composante supplémentaire, que nous appellerons la *valeur de la flexibilité* (à structure d'information donnée). Nous étudions le signe de ces valeurs.

Nous analysons également la variation de ces valeurs induite par une décision de première période plus ou moins flexible (ou plus ou moins précautionneuse lorsqu'il n'y a pas de contrainte d'irréversibilité). De fait, nous introduisons de nouveaux concepts de valeur d'option :

La *F-valeur d'option* correspond à la *variation de la valeur de la flexibilité*, à structure d'information donnée, induite par une décision moins flexible.

La *II-valeur d'option* correspond à la *variation de la valeur de l'information,* en l'absence d'irréversibilité, induite par une décision plus précautionneuse.

Nous analyserons les liens existant avec les différents effets étudiés dans le chapitre précédent. Les effets concernent les décisions optimales de première période alors que les valeurs d'option concernent toutes les décisions de première période.

Nous proposons également dans ce chapitre une définition qui permet de classer les problèmes de décision selon l'enjeu de précaution qui les caractérise (de la même manière qu'on classe les problèmes selon leur niveau d'information ou selon qu'il y ait ou non de l'irréversibilité dans un problème de décision). On dira qu'un problème de décision contient *plus d'enjeu de précaution* si une décision moins précautionneuse induit une baisse d'utilité en seconde période plus importante.

De même qu'un décideur peut ne pas tenir compte de l'information, il pourra ne pas tenir compte de tout l'enjeu de précaution d'un problème de décision, ce qui introduit une composante supplémentaire dans la valorisation des décisions, que nous appellerons *valeur de la précaution.* Nous étudierons son signe. Nous introduirons aussi un nouveau concept de valeur d'option, la *P-valeur d'option* qui est la variation de la valeur de la précaution lorsque la décision de première période est moins précautionneuse.

Nous montrons que la valeur de l'information, la valeur de la flexibilité et la valeur de la précaution sont positives (sous certaines hypothèses) : ne pas prendre en compte l'information entraîne une sous-estimation de la valeur des décisions, ne pas prendre en compte les irréversibilités ou l'enjeu de précaution d'un problème entraîne une surestimation de la valeur des décisions. Concernant la variation de ces valeurs, nous montrons que, contrairement à l'information, l'irréversibilité et la précaution ont des effets non ambigus : les valeurs d'option associées sont positives. C'est-à-dire que la surestimation de la valeur des décisions, due à la non prise en compte des irréversibilités, est d'autant plus grande que les décisions de première période sont moins flexibles. De même, la surestimation de la valeur des décisions, due à la non prise en compte de l'enjeu de précaution d'un problème, est d'autant plus grande que les décisions de première période sont moins précautionneuses.

Première partie

Incertitude et Environnement

Chapitre 1

Caractérisation et représentation de l'incertitude en environnement

Introduction

Dans nos sociétés, un nombre important de problèmes environnementaux sont caractérisés par l'absence de certitudes scientifiques. Il nous est à tous facile d'en énumérer quelques-uns. On pense par exemple à l'effet de serre, aux OGM, aux champs électromagnétiques, ou encore aux téléphones portables[1].

Quelles sont les similitudes et les différences entre ces différents problèmes ? Comment représenter l'ensemble de ces problèmes tout en tenant compte de leurs différences ? En fait, la question est : comment caractériser cette "absence de certitudes scientifiques" qualifiée d'incertitude scientifique ? Nous voulons nous démarquer de la démarche souvent adoptée pour représenter l'incertitude environnementale. Cette dernière consiste à adopter un outil, qui induit automatiquement une certaine représentation de l'incertitude, puis y incorpore l'incertitude environnementale. Elle adapte le problème à l'outil. Notre démarche est inverse. Nous voulons adapter l'outil au problème. Pour cela, il faut décrire précisément l'incertitude environnementale, saisir ses spécificités.

Caractériser et représenter l'incertitude environnementale est une étape impor-

[1] Pour ces problèmes, c'est principalement l'activité humaine qui est en cause. Il s'agit majoritairement de risques technologiques.

tante. En effet, elle est préalable à toute décision dans un problème environnemental avec incertitude. La décision va dépendre en partie de cette information (ce sera l'objet du chapitre 2 que de proposer des critères de décision suivant l'information notamment).

Nous proposons donc dans ce chapitre une manière de *caractériser* l'incertitude environnementale. Nous la présentons comme une incertitude à deux niveaux. Considérons un exemple afin d'introduire notre idée. Si on considère le problème de la "vache folle", on ne sait pas si la maladie est transmissible à l'homme, par contre le fait qu'elle soit transmissible est très vraisemblable (contrairement au fait qu'elle ne le soit pas). En outre, même si cette maladie est transmissible, il n'est pas sûr que l'on contracte la maladie (fréquence d'occurence faible). Il existe donc une deuxième incertitude. On connaît les événements (contracter ou pas la maladie), mais pas les probabilités qui leur sont associées[2].

Lorsque l'incertitude réside dans l'absence de relation de causalité établie, on parlera d'incertitude de type 1. On dispose toutefois d'un ensemble de relations de causalité dotées de vraisemblance : faible, moyenne ou forte (les modalités sont qualitatives).

Ensuite, même lorsqu'on se situe dans une relation de causalité donnée, on peut faire face à un autre type d'incertitude. Il s'agit d'un phénomène aléatoire donc probabilisable même si les fréquences peuvent être difficiles à établir (on parlera d'incertitude de type 2). Les événements sont connus mais leurs probabilités inconnues.

Une fois cette incertitude caractérisée, il est nécessaire de pouvoir la *représenter*. L'incertitude de type 1 étant de nature qualitative, l'outil qui nous semble le plus adapté est celui des possibilités. Nous montrons qu'il peut servir à représenter cette incertitude. L'incertitude de type 2 étant relative à des phénomènes aléatoires, nous proposons la théorie des probabilités (et leur généralisation).

---

[2]par contre, si la maladie n'est pas transmissible, il est certain que l'on ne sera pas contaminé par la maladie.

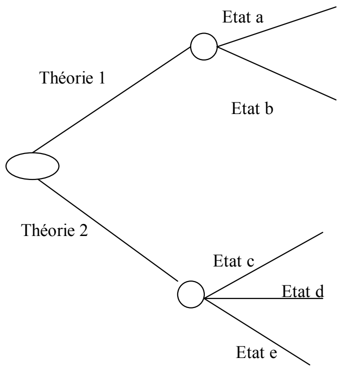
L'articulation du chapitre est donc la suivante. Dans une première section, nous caractérisons l'incertitude environnementale comme une incertitude à deux niveaux. Nous proposons dans une deuxième section une représentation de cette incertitude (à l'aide des outils mathématiques).

1 Caractérisation de l'incertitude environnementale

Nous proposons dans cette section de caractériser les types d'incertitude que l'on rencontre dans les problèmes environnementaux. Nous présentons l'incertitude environnementale comme une incertitude à deux niveaux. Dans un premier temps, l'incertitude est due à l'absence de relation de cause à effet établie pour le problème étudié. Dans cette perspective, des relations de causalité potentielles sont mises en avant. On qualifiera cette incertitude, d'incertitude de type 1. Dans un second temps, même si la relation de causalité est établie (i.e. conditionnellement au fait que l'incertitude de type 1 est levée), le problème environnemental comporte encore une part de hasard : l'incertitude se caractérise par le fait qu'on connaît les événements qui peuvent se produire mais leurs probabilités objectives sont inconnues ou mal connues. On qualifiera cette incertitude, d'incertitude de type 2. Nous analysons ensuite l'évolution de cette incertitude.

1.1 L'incertitude environnementale : une incertitude à 2 niveaux

L'incertitude à deux niveaux se présente ainsi (exemple avec 2 relations de causalité et 2 états du monde conditionnellement à la théorie 1, 3 états du monde conditionnellement à la théorie 2).



Il est possible qu'il existe un même état du monde dans des théories différentes mais pas du tout avec les mêmes probabilités.

Nous exposons tout d'abord l'incertitude de type 1.

1.1.1 L'incertitude de type 1

L'incertitude de type 1 se caractérise par l'absence de **relation de causalité** établie pour le phénomène étudié. On appellera relation de causalité un couple (cause, effet). Cette non-connaissance de la relation de causalité a deux origines possibles. L'incertitude peut provenir d'un problème dans l'identification des effets. C'est le cas lorsque des causes ont été identifiées et que l'on cherche quels peuvent être les effets associés. L'incertitude peut également provenir d'un problème dans l'identification des causes. Cela correspond au cas où des effets ont été observés et on cherche les causes les expliquant.

Selon D. Bourg[3], "Avec les risques individuels, les effets sont généralement mesurables alors que les causes demeurent entourées d'un halo d'incertitude. Avec les risques cumulatifs globaux, on assiste plutôt au phénomène inverse : les causes sont mesurables, mais les effets apparaissent incertains".

Même si la relation de causalité n'est pas établie, plusieurs relations potentielles peuvent être proposées (par les chercheurs étudiant la question[4]). Chaque relation

[3] Sciences Humaines, n°124, Février 2002.

[4] Par exemple, différentes équipes de recherche travaillant sur le même thème proposent des relations différentes.

de cause à effet proposée correspondra à ce que nous appellerons une "théorie"[5]. L'ensemble des théories disponibles à un moment donné reflète l'état de compréhension d'un problème, l'état des connaissances. Lorsque plusieurs relations de causalité différentes sont mises en avant, on parle alors de controverse scientifique.

La résolution de l'incertitude consiste à identifier la véritable théorie, puisqu'en réalité il n'y a qu'une théorie de vraie. Néanmoins, l'ensemble des théories possibles identifiées à un moment donné ne contient pas forcément la "vraie" théorie. Il existe des mécanismes (et donc des théories associées) auxquels on ne peut pas penser puisqu'ils n'ont jamais encore été rencontrés auparavant. Ainsi, dans l'exemple du trou dans la couche d'ozone provoqué par les chlorofluorocarbures (CFC), " l'ampleur de la perturbation due aux activités humaines a été telle qu'elle a profondément modifié les équilibres stratosphériques, faisant apparaître [...] des processus chimiques entièrement nouveaux, qui ne pouvaient être que difficilement imaginés dans les conditions naturelles qui prévalaient [...] avant la mise massive sur le marché des CFC[6]." L'ensemble des théories possibles va être amené à changer au cours du temps : le nombre de théories peut augmenter, diminuer au gré de l'évolution des connaissances, des résultats de la recherche.

Voyons à présent comment caractériser quelques problèmes environnementaux pour lesquels la relation de causalité n'est pas établie.

1.1.1.1 Absence de relation de causalité établie, quelques exemples

- L'incertitude de type 1 peut provenir d'un *problème dans l'identification des effets...*

C'est le cas dans lequel des causes ont été identifiées et on cherche quels peuvent être les effets : les effets mis en avant vont correspondre à des théories. Ce ques-

[5] Leur point commun sera la cause si on cherche les effets et l'effet si on recherche la cause.

[6] G.Mégie : "Incertitude scientifique et décision politique : le cas "historique" de l'ozone stratosphérique", in Godard (1997).

tionnement sur les effets peut intervenir par exemple suite à l'introduction d'un nouveau produit (ainsi la mise sur le marché des OGM est conditionnelle à l'étude des effets potentiels sur la santé, l'écosystème...), d'un nouveau médicament (effets indésirables potentiels), d'une nouvelle technologie (nucléaire...).

Le questionnement peut intervenir également naturellement dans le processus de la recherche. Prenons l'exemple du trou dans la couche d'ozone provoqué par les chlorofluorocarbones (CFC). Bourg et Schlegel (2001) écrivent à ce sujet que lorsqu'ont été inventés les CFC (1928), "la chimie stratosphérique était quasi inexistante et en aucun cas on aurait songé au rôle destructeur des CFC sur l'ozone stratosphérique". On était dans un univers *a priori* certain (ou tout du moins sans incertitude sur ces questions là). Quelle a été alors l'origine du questionnement ? En 1970, les Etats-Unis projettent la construction de plus de 200 Concordes. Quelques scientifiques pensent alors que la centaine de réacteurs est une menace pour la couche d'ozone stratosphérique[7]. Ces personnes ont le "mérite d'attirer l'attention sur la fragilité de la haute atmosphère terrestre, ouvrant ainsi la voie à de nouvelles recherches sur les modifications possibles des équilibres chimiques de l'atmosphère du fait d'émissions anthropiques en croissance continue". En 1974, deux chercheurs attirent l'attention des scientifiques sur les CFC, gaz supposés inertes [...] qui libéreraient du chlore chimiquement actif, susceptible de détruire l'ozone. Cette hypothèse est de fait la conséquence directe des premières inquiétudes nées des effets potentiels de l'aviation supersonique.

Nous développons ci-après deux autres exemples qui font partie de cette catégorie de problèmes : les cas du virus TTV et des produits transgéniques.

i) Le cas du virus TTV (Transfusion Transmitted Virus). Le TTV est une infection virale découverte au Japon en 1997. En 1997, il est établi qu'environ 2% des donneurs de sang français sont infectés par ce nouveau virus transmissible par voie sanguine. Ce virus est également très répandu au Japon. D'après les études épidé-

[7] G.Mégie, cf supra.

miologiques, plus de 10% des donneurs de sang sont contaminés. Il a été retrouvé en Ecosse. Ce que l'on sait, c'est que le virus a un patrimoine génétique composé d'une seule chaîne d'ADN formé de 3700 unités. Selon le Professeur Bréchot[8] (Hôpital Necker), "la somme des observations dont nous disposons aujourd'hui peut nous laisser supposer que l'infection par le TTV n'est pas hautement pathogène. Cependant il faut être très prudent, compte tenu [...] de la grande variabilité génétique de ce virus, qui laisse craindre que certaines souches pourraient être plus dangereuses que d'autres". On se situe ici dans un cas où les effets sur la santé ne sont pas identifiés[9].

ii) Le cas des Organismes Génétiquement Modifiés (OGM) est également éclairant. Il reste de nombreuses questions en suspens par rapport aux OGM. On manque de recul pour juger d'éventuels effets pervers : les toxicologues évoquent la multiplication des allergies, des agronomes redoutent un bouleversement de l'écosystème. La culture de ces produits pourraît entrainer un ensemble d'effets en chaines qu'on est en mal de pouvoir tous identifier. On ne peut imaginer de manière correcte et exhaustive les enchainements susceptibles de se produire au niveau de l'écosystème, suite à l'introduction de ces OGM. De manière générale, on peut dresser deux grandes catégories de risques liés aux OGM disséminés : tout d'abord, il y a les risques liés à l'introduction d'un gène étranger ou d'une séquence d'ADN dans un organisme. Cela va conduire à modifier les séquences du génome et les conséquences n'en sont pas toujours connues. Plusieurs situations sont alors envisageables. Il se peut, en premier lieu, que les fragments d'ADN insérés se recombinent accidentellement avec l'ADN de l'organisme hôte formant un recombinant capable de synthétiser des substances nouvelles pouvant s'avérer nocives ou permettant l'expression des virus jusque-là désactivés. En second lieu, les mécanismes de contrôles protecteurs du gène inséré peuvent être destabilisés par le transfert et devenir par là même inefficaces. De plus, un autre type de risque peut être induit par l'utilisation de virus comme vecteur du

[8] *Le Monde* du 17.12.98

[9] Quelques années plus tard, certaines inquiétudes, notamment sur des effets hépatiques se sont réduites.

gène inséré. Ces virus pourraient provoquer des mutations et être cancérigènes pour l'homme ou l'animal. La deuxième catégorie de risques concerne ceux liés aux flux de gènes, i.e. le passage du gène inséré à des espèces apparentées ou non à l'organisme modifié. On serait alors dans l'incapacité de maîtriser le transgène ou l'OGM dans son entier. Par exemple, un gène de résistance à un herbicide pourrait être transféré à des plantes sauvages apparentées à la culture transgénique, ce qui conduirait à la création de mauvaises herbes résistantes.

– L'incertitude peut aussi provenir d'un *problème dans l'identification des causes...*

Cela correspond au cas où des effets ont été identifiés et on cherche des causes à ces effets : les différentes causes proposées vont correspondre à des théories divergentes. Ce questionnement sur les causes peut survenir par exemple lorsqu'un phénomène atypique apparaît comme la configuration atypique d'une maladie (Creutzfeld-Jacob, sida...), ou des phénomènes environnementaux atypiques : présence d'algues dans des endroits nouveaux...

Nous développons ci-après deux exemples qui appartiennent à cette catégorie de problèmes.

i) Prenons l'exemple du Sida. En 1981[10], l'alerte est "donnée par le Center of Disease Control d'Atlanta (CDC). A partir de quelques cas de pathologies connues à configuration atypique[11], le CDC évoque la possibilité d'une nouvelle maladie dont les signes seraient un affaissement immunitaire et le déclenchement des maladies opportunistes à configuration particulière". La préexistence du virus du Sida était ignorée. Avant que n'apparaissent les premiers cas de personnes malades, on ne pouvait imaginer une telle maladie (et donc se poser des questions à ce sujet).

ii) Le cas de la "vache folle" est également une bonne illustration. L'Encéphalie Spongiforme Bovine (ESB)[12], appelée communément maladie de la "vache folle",

[10] M-A. Hermitte : "Le principe de précaution à la lumière de la transfusion sanguine en France", in Godard (1997).

[11] On a assisté au retour de ce scénario avec le Creutzfeldt-Jacob des jeunes.

[12] C'est une maladie de la vache.

a été identifiée pour la première fois au Royaume-Uni en 1985. C'est une maladie dégénérative du système nerveux central. Actuellement, deux hypothèses sont notamment envisagées pour expliquer l'origine de cette maladie de la vache[13]. La première hypothèse est que l'ESB est une maladie nouvelle. L'épidémie britannique de cette maladie serait due à l'incorporation de cadavres de moutons atteints de tremblante dans les farines consommées par des bovins. L'agent infectieux se serait adapté à l'espèce bovine pour développer une maladie spécifique. La deuxième hypothèse est que l'ESB n'est pas une maladie nouvelle. La maladie aurait existé, bien avant l'épidémie britannique, à l'état sporadique (i.e. cas isolés) du fait d'une mutation spontanée de la protéine appelée prion vers une forme anormale dite "pathogène".

1.1.1.2 Vraisemblance des relations de causalité

La première composante de l'incertitude environnementale se caractérise, comme nous l'avons vu, par l'absence de relation établie de cause à effet. Néanmoins, à défaut de relation établie, il existe des relations de causalité potentielles. Mais, elles n'ont pas toutes le même statut. En effet, une relation de causalité posée comme simple hypothèse de travail doit être distinguée d'une relation de causalité dont l'existence est pratiquement prouvée.

Chevassus-au-Louis (2000) explique qu'il faut distinguer "les aléas présentant un certain **degré de vraisemblance** de ceux qui ne sont que des liaisons hypothétiques sans aucun fondement factuel". Il propose d'introduire le concept de **plausibilité** d'une hypothèse qui désignera cette vraisemblance. Elle dépend de la quantité d'information disponible sur un phénomène et du degré de consensus entre les experts sur le phénomène concerné[14].

Cette notion de plausibilité n'est pas nouvelle dans les milieux scientifiques. Ainsi,

[13] site internet www.agriculture.gouv.fr/esbinfo/esbinfo.htm

[14] Godard (2001) emploie la terminologie de "consistance scientifique des hypothèses".

dans un rapport relatif à la situation épidémiologique des cancers thyroïdiens en France (Institut de Veille Sanitaire, 2001), on a pu relever des expressions telles que : "l'évolution temporelle et spatiale de ce cancer ne va pas dans le sens d'un éventuel effet "Tchernobyl". Les résultats semblent plus *plausiblement* relier l'augmentation de l'incidence des cancers de la Thyroïde à une amélioration des pratiques médicales permettant notamment de diagnostiquer un plus grand nombre de microcancers."

Le problème du changement climatique est également un exemple dans lequel on retrouve cette terminologie. On pense ainsi au rapport d'évaluation du GIEC (Groupe d'Experts Intergouvernemental sur l'évolution du Climat) et notamment aux résumés à l'intention des décideurs. Le GIEC a pour fonction d'évaluer les données scientifiques disponibles sur l'évolution du climat, d'évaluer les incidences écologiques et socio-économiques de cette évolution[15]. Le résumé à l'intention des décideurs du GIEC, Groupe I, 2001 donne des indications de graduations concernant le taux de réchauffement prévu et ses différentes caractéristiques[16]. Elles correspondent au concept de plausibilité qui nous intéresse : "virtually certain (plus de 99% de chance que le résultat soit vrai), very likely (90-99%), likely (66-90%), medium likehood (33-66%), unlikely (10-33%), very unlikely (1-10%), exceptionally (moins de 1%)[17]"

Le concept de plausibilité se distingue du concept de probabilité qui caractérise la fréquence de réalisation d'un risque établi. Ainsi, comme l'explique Chevassus-au-Louis (2000), "cette distinction est nécessaire car elle concerne deux aspects différents de l'incertitude : en effet des hypothèses très plausibles (comme le lien entre l'encéphalie spongiforme bovine (ESB) et les nouvelles formes humaines de la maladie de Kreutzfeld-Jacob) peuvent être associées à de faibles probabilités d'occurence (en terme de nombre de décès parmi les individus exposés) ; inversement des hy-

[15] et de formuler des stratégies de parade

[16] "judgmental estimates of confidence in projected changes in extreme weather and climate events"

[17] Summary for Policymakers, A report of working Group I of the Intergouvernmental panel on Climate Change (2001).

pothèses peu plausibles à un moment donné peuvent se révéler à terme comme affectant quasi-systématiquement les individus concernés (c'est par exemple le cas du lien entre séropositivité pour le HIV et déclenchement ultérieur de la maladie, tel qu'il était perçu autour de 1983)."

Les théories ont des plausibilités différentes qui correspondent au degré de consensus des experts et à la quantité d'information. On peut classer les théories selon leur plausibilité. On va se servir à cet effet de la catégorisation des risques plausibles proposée par Kourilsky-Viney (2000). Ils classent les risques en 3 catégories en fonction de leur plausibilité : les risques à plausibilité forte, moyenne et faible. Ils utilisent le mot risque au sens de danger.

- Les risques potentiels étayés (**forte plausibilité**) caractérisent des risques non prouvés scientifiquement mais fortement soupçonnés sur la base d'observations de terrain ou de corrélations empiriques,

- Les risques plausibles (**plausibilité moyenne**) lorsque les hypothèses sont considérées comme recevables par une majorité d'experts, ou alternativement avancées par une minorité sur la base d'une démarche acceptable scientifiquement,

- Les risques hypothétiques (**plausibilité faible**) correspondent à des hypothèses de travail, éventuellement utiles à la recherche scientifique.

Ce qui nous intéresse c'est la plausibilité des théories et pas uniquement celle des risques. Les dangers ne représentent souvent qu'une partie des théories en présence : il y a les théories qui prônent l'existence d'un danger et d'autres le contraire. Nous retenons donc cette catégorisation mais que l'on appliquera pour les théories en général (et pas uniquement les dangers). Il y aura donc les théories à forte, moyenne et faible plausibilité (dont les caractéristiques sont les mêmes que celles décrites ci-dessus). Ceci nous servira pour la représentation de cette incertitude de type 1 dans la deuxième section.

L'incertitude de type 1 est **qualitative**. On dit qu'un caractère est qualitatif lorsque les modalités ne sont pas mesurables, ce sont des noms ou ce qui revient au même des sigles ou des codes. On ne peut sommer des modalités qualitatives, on ne peut en calculer la moyenne (si par exemple les codes sont des codes numériques, ces opérations n'ont aucun sens).

Ainsi, on dispose d'un ensemble de théories. A chaque théorie peut être associée le caractère plausibilité dont les modalités sont : petite, moyenne, forte. Ces modalités sont qualitatives. En effet, le caractère plausibilité est qualitatif puisque ses modalités sont non mesurables (la somme et la moyenne n'ont aucun sens). Par contre, la plausibilité est un caractère qualitatif *ordinal* car elle est exprimée sur une échelle ordinale (les modalités sont classées dans un certain ordre les uns par rapport aux autres).

En outre, la plausibilité attribuée à une théorie n'est pas indépendante de celle attribuée aux autres théories. Supposons à titre d'illustration qu'il existe 3 théories en concurrence pour l'explication d'un phénomène. Si les théories sont exclusives, il est par exemple impossible que les trois théories soient fortement vraisemblables. Par contre, les trois théories peuvent avoir une faible plausibilité (3 hypothèses de travail), si par exemple le phénomène n'arrive pas du tout à être expliqué (dû à la nouveauté du problème...). La plausibilité attribuée à une théorie est une information qui a son importance pour la prise de décision. Ainsi, Chevassus-au-Louis[18] propose d'informer les décideurs des aléas selon leur plausibilité : "quelles sont les choses dont vous n'êtes pas encore totalement sûrs mais qu'il est légitime que vous me fassiez connaître parce que cela peut me conduire à prendre des mesures [...] des choses qui vous semblent avoir une plausibilité, un degré de certitude qui mérite quant même que je considère ces éléments".

En plus de proposer une échelle des décisions selon le degré de plausibilité, Chevassus-au-Louis propose aussi de les classer selon le degré de réductibilité et d'observabilité. Nous n'aborderons pas ces 2 caractéritiques dans ce chapitre.

Nous exposons à présent l'incertitude de type 2.

[18] *Le SIA Quotidien* du 20.02.00

1.1.2 L'incertitude de type 2

Conditionnellement au fait qu'une théorie est prouvée (l'incertitude de type 1 est levée), il existe encore souvent de l'incertitude. Mais elle est de nature différente. Le problème étudié peut ainsi comporter une partie **aléatoire**. L'ensemble des événements possibles est connu, chaque événement possède une probabilité mais celle-ci est inconnue ou mal connue. Nous proposons deux exemples pour illustrer cette incertitude de type 2 :

i) Un décideur doit choisir entre planter ou non une forêt. Ce projet durera sur des dizaines d'années. Les revenus associés à la plantation de la forêt dépendent de l'occurence ou non de tempêtes. S'il n'y a pas de réchauffement climatique (pas de lien émissions de gaz à effet de serre-température), le décideur dispose de fréquences observées des tempêtes. Par contre, s'il y a un réchauffement climatique (lien émissions de gaz à effet de serre-température vérifié), les fréquences des tempêtes seront modifiées. Et il n'y a pas d'information permettant d'établir une probabilité de tempête (soit aucune idée, soit des intervalles de fréquences...).

Dans cet exemple, les événements sont identiques dans les 2 théories (occurrence ou non de tempêtes) mais les fréquences associées sont différentes.

ii) Dans l'exemple de la "vache folle", la relation de causalité consiste à établir un lien entre la consommation d'une partie contaminée par l'ESB et la contraction de la maladie de Kreutzfeld-Jackob. Même si ce lien est établi, il n'est pas sûr que, si on mange une partie contaminée, on soit malade. Il apparaîtrait que cela dépende de facteurs génétiques. Il faut donc déterminer des fréquences (en terme de nombre de décès parmi les individus exposés). S'il n'existe pas de lien, on ne sera pas malade.

L'incertitude de type 2 est **quantitative**. On suppose que l'ensemble des événements est connu. A chaque événement est associé une fréquence (ou ensemble de fréquences) dont les modalités sont numériques (nombre compris entre 0 et 1, ou un intervalle, un ensemble). Ces modalités sont ordonnables, elles peuvent être additionnées et la moyenne possède une signification. L'incertitude provient de la difficulté à estimer les fréquences associées aux événements.

Mais l'absence de fréquence ne s'assimile pas nécessairement à un manque total d'information. On peut soit ne posséder aucune information sur les événements, soit avoir des informations partielles ou incomplètes, connaître des bornes inférieures et supérieures pour les fréquences ou plus généralement savoir que la vraie fréquence se trouve dans un ensemble de fréquences.

L'incertitude environnementale est donc double : elle se caractérise par une incertitude qualitative et une incertitude quantitative. Lorsque l'ensemble des événements est réduit à un, cas dégénéré, l'incertitude environnementale se caractérise uniquement par de l'incertitude de type 1.

Pour résoudre l'incertitude environnementale dans sa totalité, il faut établir la relation de causalité (incertitude de type 1) et connaître la distribution de probabilité des événements (incertitude de type 2).

1.2 Evolution de l'incertitude environnementale

Nous avons proposé dans la première sous-section une caractérisation de l'incertitude environnementale. Elle décrit l'état des connaissances scientifiques à un moment donné. Cet état va évoluer au cours du temps. La recherche va produire des connaissances, c'est-à-dire de l'information. Néanmoins, ces résultats peuvent avoir des impacts différents en terme d'incertitude. Elle peut augmenter, diminuer, ou encore rester la même par rapport à l'incertitude préalable. En effet, l'arrivée d'information ne signifie pas nécessairement une réduction des incertitudes. La science peut par exemple découvrir des nouveaux phénomènes qui augmentent, au moins de manière temporaire, la dispersion des résultats des modèles, ce qui augmente l'incertitude. C'est ainsi le cas pour la chimie de la production d'ozone et sa diminution dans la stratosphère quand on a découvert que la couche d'ozone répondait à de nouvelles interactions à son exposition à des niveaux importants de polluants qui n'avaient jamais été expérimenté par le passé[19]. "Ainsi la dynamique des connaissances ne suit généralement pas une dynamique d'amélioration régulière dans la précision de la structure d'information mais des phases alternées de convergence de résultats et des phases d'augmentation des divergences entre modèles, avec l'incorporation de nouveaux facteurs ou relations découverts ; the range of extreme values given as best estimates (upper and lower limits) at one time are regularly exceeded in the following period" (Godard, 2000). Comme le souligne Mégie (1997), "l'avancée des connaissances, par les découvertes nouvelles et la complexité croissante qu'elle implique, ne conduit pas nécessairement à une réduction des marges d'incertitude pour la prise de décision économique et politique."

A partir de notre caractérisation de l'incertitude, l'arrivée d'information peut avoir plusieurs implications :

- sur l'incertitude de type 1. De nouvelles théories peuvent voir le jour (découverte de nouveaux phénomènes...), d'autres disparaitre. Ou bien les théories susceptibles d'expliquer le phénomène en question peuvent rester les mêmes, mais les vraisemblances associées sont modifiées.
  Ces variations de l'information peuvent modifier les niveaux d'incertitude. Ainsi, l'incertitude relative à l'explication d'un phénomène peut être caractérisée initialement par deux théories, l'une à faible plausibilité et l'autre de plausibilité moyenne. Ils se peut que les résultats de la recherche, les observations soient telles qu'on est à présent en incertitude totale. Il y a alors augmentation de l'incertitude. Il se peut au contraire qu'ils permettent d'identifier la véritable théorie : disparition de l'incertitude. Par exemple, de 1970 à 1995, en 25 ans, "le problème de l'ozone stratosphérique est passé de la simple hypothèse scientifique à la mise en évidence d'une atteinte d'une grande ampleur à l'environnement global" (Mégie, 1997).
- sur l'incertitude de type 2. L'information peut permettre d'établir les fré-

[19] Mégie (cf supra) retrace 25 ans de recherche et de controverse sur l'ozone stratosphérique.

quences ou au moins d'en avoir une idée plus précise qu'initialement. Elle peut également conduire à augmenter l'étendue de la distribution des fréquences qui étaient envisageables au départ. Mais l'ensemble des événements n'est pas modifié puisqu'il est connu depuis le début.

Après avoir mis en évidence la présence de deux types d'incertitude dans les problèmes environnementaux, il est nécessaire de proposer les outils les plus adaptés pour les représenter. La présentation de ces outils constitue l'objet de la section suivante.

2 Représentation mathématique de l'incertitude environnementale

Pour représenter l'incertitude de type 1, nous nous intéressons à la théorie des possibilités (que nous allons exposer) et pour représenter l'incertitude de type 2 à la théorie des probabilités (et leur généralisation).

2.1 Incertitude de type 1 : l'outil des possibilités

L'incertitude de type 1, que nous avons définie dans le paragraphe 1.1.1, est une incertitude qualitative. Pour la représenter, nous proposons l'outil des possibilités, utilisé et développé notamment dans le domaine de l'intelligence artificielle (Dubois, Prade 1987). Après avoir présenté cet outil, nous montrons ensuite en quoi il est plus adapté que l'outil des probabilités pour la représentation de l'incertitude de type 1.

2.1.1 La théorie des possibilités[20]

Cette théorie a été introduite par Zadeh (1978).

On dispose d'un ensemble d'événements, associés à un corps de connaissances, considérés comme sous-ensemble d'un référentiel T dit événement certain. L'ensemble vide est identifié à l'événement impossible. A chaque événement $A \subseteq T$, on

[20] cf Dubois-Prade (1987) et Bouchon-Meunier (1994)

suppose que l'on peut associer un nombre réel fourni par un individu qui détient le corps de connaissances. T est posé fini.

L'incertitude sur un événement est décrite par le degré de possibilité de cet événement *et* le degré de possibilité de l'événement contraire (ils ne sont que faiblement liés). Il faut oublier le réflexe que l'on a pour les probabilités qui est que lorsqu'on connaît la probabilité d'un événement, on connaît la probabilité de l'événement complémentaire.

- Mesure de possibilité

Définition 1 *Une mesure de possibilité* Π *est une fonction définie sur l'ensemble* $\mathcal{B}(T)$ *des parties de* T*, prenant ses valeurs dans* $[0,1]$*, telle que :*
i) $\Pi(\emptyset) = 0, \Pi(T) = 1$
ii) $\forall A_1 \in \mathcal{B}(T), ..., A_n \in \mathcal{B}(T), \Pi(\underset{i=1,...,n}{\cup} A_i) = \max_{i=1,...,n} \Pi(A_i)$

Le nombre $\Pi(A_i)$ est le degré de possibilité que l'événement A_i se produise.

Un événement A est impossible si et seulement si la mesure de sa possibilité est égale à 0 ($\Pi(A) = 0$). Un événement est possible si la mesure de sa possibilité est strictement positive. Un événement certain a une possibilité de 1 mais il peut exister des événements dont la mesure de possibilité est égale à 1 ($\Pi(A) = 1$) qui sont tout à fait possibles mais pas nécessairement certains.

Les conditions *i)* et *ii)* imposent $\forall(A, B) \in \mathcal{B}^2(T), \Pi(A \cap B) \leq \min(\Pi(A), \Pi(B))$. En particulier, deux événements (A et B) peuvent être possibles ($\Pi(A) \neq 0, \Pi(B) \neq 0$) mais leur occurence simultanée impossible ($\Pi(A \cap B) = 0$). Des conditions *i)* et *ii)*, on déduit la monotonie de Π relativement à l'inclusion des parties de T, c'est-à-dire si $A \supseteq B$, alors $\Pi(A) \geq \Pi(B)$.

On déduit également que

1) $\forall A \in P(T), \max(\Pi(A), \Pi(A^c)) = 1$, i.e. de deux événements complémentaires, l'un au moins est complétement possible.

2) $\Pi(A) + \Pi(A^c) \geq 1$.

Le coefficient de possibilité attribué à une partie de A de T n'influe donc que modérément sur celui attribué à son complémentaire A^c. Lorsqu'un événement est jugé possible, l'événement contraire peut l'être aussi. Dire que A et A^c sont également possibles correspond à la situation d'incertitude totale.

- Distribution de possibilité

Définition 2 *Une distribution de possibilité π est une fonction définie sur T, prenant ses valeurs dans $[0,1]$, satisfaisant la condition de normalisation suivante :* $\max\limits_{w \in T} \pi(w) = 1$

A partir d'une distribution π, qui attribue un coefficient de possibilité à chaque élément de T, on construit une mesure de possibilité Π en considérant pour toute partie de T, les coefficients des éléments de T qui la composent. On définit alors : $\forall A \in \mathcal{B}(T), \Pi(A) = \max\limits_{w \in A} \pi(w)$.

Π ainsi définie satisfait les propriétés *i)* et *ii)* ce qui fait d'elle une mesure de possibilité. A partir de π, on construit Π.

Réciproquement, toute mesure de possibilité Π attribue un coefficient de possibilité à toutes les parties de T, donc en particulier à celles réduites à un seul élément. On peut donc s'en servir pour définir une distribution de possibilité affectant un coefficient à chaque élément de T. La mesure Π est alors utilisée pour définir une fonction π par : $\forall w \in T, \pi(w) = \Pi(\{w\})$ Elle satisfait la condition de normalisation, ce qui fait d'elle une distribution de possibilité. A partir de Π, on construit donc π.

Une mesure de possibilité fournit une information sur l'occurence d'un événement A relatif à un ensemble de référence T, mais elle ne suffit pas pour décrire l'incertitude existante sur cet événement. Ainsi, par exemple si $\Pi(A) = 1$, il est tout à fait possible que A soit réalisé, mais on peut avoir en même temps $\Pi(A^c) = 1$, ce qui exprime une incertitude totale sur la réalisation de A, ou $\Pi(A^c) = 0$, ce qui met en évidence le fait que seul A peut être réalisé, et donc qu'on est certain de sa réalisation.

-Mesure de nécessité

Pour compléter l'information sur A, on indique le degré avec lequel la réalisation de A est certaine, par l'intermédiaire d'une mesure de nécessité, grandeur duale d'une mesure de possibilité.

Définition 3 *Une mesure de nécessité est une fonction définie sur l'ensemble* $\mathcal{B}(T)$ *des parties de* T, *à valeurs dans* $[0,1]$, *telle que :*
iii) $N(\emptyset) = 0, N(T) = 1$
iv) $\forall A_1 \in \mathcal{B}(T), ..., A_n \in \mathcal{B}(T), N(\underset{i=1,\ldots,n}{\cap} A_i) = \underset{i=1,\ldots,n}{\min} N(A_i)$

Le nombre $N(A_i)$ est le degré de nécessité de l'événement A_i.

L'événement impossible à un degré de nécessité nul. Mais un degré de nécessité nul n'implique pas nécessairement que l'événement soit impossible. C'est un événement sur lequel on a aucune certitude.

Par contre, $N(A) = 1$ signifie que A est certain.

La condition *iv)* impose la monotonie de N, c'est-à-dire si $A \supseteq B$, alors $N(A) \geq N(B)$. En raison de cette monotonie, $\forall(A,B) \in \mathcal{B}^2(T), N(A \cup B) \geq \max(N(A), N(B))$. On déduit aussi que :$\forall A \in \mathcal{B}(T), \min(N(A), N(A^c)) = 0$ et $N(A) + N(A^c) \leq 1$.

- Relations entre mesure de possibilité et mesure de nécessité

Sur un ensemble de référence T, une mesure de nécessité peut être obtenue à partir de la donnée d'une mesure de possibilité :

$$\forall A \in \mathcal{B}(\Omega), N(A) = 1 - \Pi(A^c).$$

Cela traduit la relation de dualité qui existe entre les modalités du possible et du nécessaire : un événement est nécessaire lorsque l'événement contraire est impossible. Plus un événement A est affecté d'une grande nécessité, moins l'événement complémentaire A^c est possible, donc plus on est certain de la réalisation de A. $\Pi(A)$ mesure le degré avec lequel l'événement A est susceptible de se réaliser, $N(A)$ indique le degré de certitude que l'on peut attribuer à cette réalisation. La réalisation de l'événement A est certaine ($N(A) = 1$) si et seulement si celle de son complémentaire est impossible ($\Pi(A^c) = 0$, donc $\Pi(A) = 1$). La dualité entre Π et N apparaît dans les relations suivantes : $\Pi(A) \geq N(A)$ et $\max(\Pi(A), 1 - N(A)) = 1$. Ces relations imposent que si $N(A) \neq 0$ alors $\Pi(A) = 1$, i.e. tout événement dont on est, au moins un peu, certain est tout à fait possible. De même, si $\Pi(A) \neq 1$, alors $N(A) = 0$, i.e. on ne peut avoir la moindre certitude sur un événement qui n'est que relativement possible. La probabilité d'un événement détermine complètement celle de son contraire. La possibilité (ou la nécessité) d'un événement et celle de son contraire ne sont que faiblement liées. En particulier, pour caractériser l'incertitude relative à un événement A, on a besoin de $\Pi(A)$ et $N(A)$.

Les possibilités peuvent, comme nous allons le voir, traduire l'idée de plausibilité d'une théorie (présentée dans le paragraphe 1.1.1.2 de ce chapitre).

2.1.2 Liens entre plausibilité et possibilité

Les possibilités peuvent être selon nous un outil qui permet de représenter l'incertitude de type 1, incertitude qualitative[21]. Les théories et les plausibilités associées seront représentées par des événements et les possibilités associées. Nous donnons quelques éléments de justification et un exemple.

Avec l'incertitude de type 1, les modalités sont qualitatives (plausibilité petite, moyenne, forte). Elles sont non mesurables et on ne peut sommer, ni faire de moyenne (ça n'a aucun sens). Par contre, on peut les ordonner.

La théorie des possibilités utilise essentiellement les opérateurs “mininum” et “maximum” pour mener les calculs mais jamais de “somme” (contrairement aux probabilités). De plus, les résultats dépendent uniquement de l'ordre des degrés de possibilités.

Le degré de possibilité d'un événement et de l'événement complémentaire ne sont que faiblement liés (contrairement à la probabilité d'un événement et celle de l'événement complémentaire) et en effet la plausibilité d'un théorie n'est pas très

[21] On dispose d'un ensemble de théories qui sont plus ou moins plausibles (faible, moyen, fort).

"liée" à celle des autres théories. Il n'y a rien à répartir.

Les possibilités nous semblent être un bon outil pour représenter l'incertitude de type 1.

Considérons à présent un exemple nous permettant de représenter l'incertitude de type 1 à l'aide de l'outil des possibilités.

Exemple :

Actuellement, deux hypothèses sont envisagées pour expliquer l'origine de l'Encéphalie Spongiforme Bovine (ESB). La première hypothèse H_1 est que l'ESB ne préexistait pas. La deuxième hypothèse H_2 est que l'ESB n'est pas une maladie nouvelle. La maladie aurait existé bien avant l'épidémie britannique à l'état sporadique du fait d'une mutation spontanée de la protéine appelée prion. On pose $T = \{H_1, H_2\}$.

Les théories sont représentées par les événements, les niveaux de vraisemblance de ces théories par une mesure de nécessité (ou possibilité). Considérons plusieurs configurations. On utilise l'échelle $\{0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1\}$ pour évaluer les degrés de certitude.

- Représentation de l'incertitude

Il y a 4 cas possibles de représentation de cette incertitude.

1) On est sûr que H_1 est la vraie théorie et que H_2 n'est pas la vraie théorie.
On a alors $N(H_1) = 1$ (ou de manière équivalente $\Pi(H_1) = 1$ et $\Pi(H_2) = 0$).

2) On est presque sûr que H_1 est la vraie théorie (forte plausibilité de H_1 et faible plausibilité de H_2).
Cela peut se représenter par $N(H_1) \in \{\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}\}$ (ou $\Pi(H_1) = 1$ et $\Pi(H_2) \in \{\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}\}$)

3) On est assez ignorant sur la véritable théorie (faible plausibilité de H_1 et de H_2).
Cela peut se représenter par $N(H_1) < \frac{2}{5}$ et $N(H_2) < \frac{2}{5}$ (ou $\Pi(H_1) > \frac{3}{5}$ et $\Pi(H_2) > \frac{3}{5}$)

4) On ne pense pas que H_1 soit vraie (forte plausibilité de H_2 et faible plausibilité de H_1)

Cela peut se représenter par $N(H_2) > \frac{2}{5}$ (ou $\Pi(H_1) < \frac{3}{5}, \Pi(H_2) = 1$)

Le cas $\Pi(H_1) = 1, \Pi(H_2) = 1$ ne signifie pas que les deux théories sont très plausibles mais qu'elles sont toutes les deux tout à fait possibles (incertitude totale).

Remarquons toutefois qu'en recourant à cette représentation de l'incertitude, on a $\Pi(T) = 1$ et $N(T) = 0$, i.e. on est amené à supposer que la véritable théorie se trouve dans T (dans l'état des connaissances du moment).

On peut donc représenter l'incertitude de type 1, i.e. les théories et leur différents degrés de plausibilité (en particulier la catégorisation inspirée de celle proposée par Kourilsky-Viney).

Ainsi, si on a un ensemble de théories classées selon leur degré de possibilité, la théorie qui a la possibilité la plus élevée est celle qui a la plausibilité la plus forte. Des théories peuvent avoir le même niveau de plausibilité (même possibilité).

- Représentation de l'évolution de l'incertitude.

L'incertitude environnementale reflète l'état des connaissances sur un phénomène à un moment donné. Cette incertitude va évoluer au cours du temps au fur et à mesure que l'état des connaissances se modifie (cf paragraphe 1.2). Les incertitudes peuvent augmenter, diminuer. Est-ce que la théorie des possibilités permet de représenter un tel état de fait ? En partie. Cela renforce les raisons d'utiliser cet outil pour représenter l'incertitude de type 1.

On peut définir un ordre partiel[22] sur les différentes distributions de nécessités de la manière suivante :

On note $\mathfrak{P}^*$, le problème dans lequel l'incertitude est mesurée par N^* et $\mathfrak{P}$, le problème dans lequel l'incertitude est mesurée par N.

Définition 4 *On dira que le problème $\mathfrak{P}^*$ est "moins incertain que" le problème $\mathfrak{P}$ si $\forall A, N^*(A) \geq N(A)$.*

On peut représenter une diminution et une augmentation de l'incertitude atta-

[22] L'ordre partiel explique la réponse "en partie".

chée à l'explication d'un phénomène avec la théorie des possibilités.

Ainsi, reprenons dans l'exemple le cas où les 2 théories sont faiblement plausibles (cas 3)). Posons par exemple $N(H_1) = \frac{1}{5}$ et $N(H_2) = 0$[23]. La recherche (expérimentale, théorique) continue. Elle va engendrer des résultats qui vont modifier l'incertitude initiale.

- 1^{er} cas : les résultats de la recherche peuvent diminuer l'incertitude.

Par exemple H_1 peut se révéler être la véritable théorie (on se retrouve dans le cas certain). On aura alors $N^*(H_1) = 1$ et $N^*(H_2) = 0$. On a bien $\forall A, N^*(A) \geq N_c(A)$

- $2^{ème}$ cas : les résultats de la recherche peuvent augmenter l'incertitude.

Des résultats peuvent venir diminuer la vraisemblance de H_1 et de H_2 de manière telle que l'on se retrouve en incertitude totale. On a alors $\widehat{N}(H_1) = 0$ et $\widehat{N}(H_2) = 0$. On a bien $\forall A, N(A) \geq \widehat{N}(A)$.

2.1.3 Possibilité versus probabilité

Nous allons voir à présent que l'incertitude de type 1 n'est pas représentable par l'outil des probabilités. Supposons qu'il existe 3 théories en concurrence H_1, H_2, H_3 pour l'explication d'un phénomène environnemental. On pose $\pi(H_1) = 1, \pi(H_2) = 1, \pi(H_3) = 1$ pour traduire l'idée selon laquelle les trois théories sont entièrement et également possibles avec π la distribution de possibilité. Si on voulait utiliser des probabilités, on pourrait attribuer les poids $\frac{1}{3}$ à chaque théorie. Supposons à présent qu'une autre théorie H_4 voit le jour, mais que les anciennes théories gardent le même statut que précédemment, rien n'est venu renforcer ou diminuer leur vraisemblance. Les possibilités sont dès lors : $\pi'(H_1) = \pi'(H_2) = \pi'(H_3) = \pi'(H_4) = 1$. Par contre, l'usage des probabilités conduirait à attribuer à présent le poids à chaque $\frac{1}{4}$ théorie. Ce qui reviendrait à dire que les trois théories d'origine sont devenues moins "probables,vraisemblables". Contrairement au principe même de la probabilité, il n'y a rien à distribuer[24].

[23] Rappelons que $\forall A, \min(N(A), N(A^C)) = 0$.

[24] pour d'autres exemples voir Shackle (1967)

2.2 Incertitude de type 2 : l'outil des probabilités et généralisations

L'incertitude de type 2 est une incertitude quantitative. Elle sera représentée à l'aide des probabilités (et leur généralisation).

Conditionnellement au fait qu'on est dans une théorie donnée, il existe un phénomène aléatoire. L'ensemble des événements est connu, on suppose qu'il existe une probabilité sur chacun de ces événements mais elle est inconnue (ou mal connue).

Il existe différents degrés d'incertitude. Ils correspondent à l'information disponible.

-L'incertitude **probabilisée :** la liste des événements est établie et on connait entièrement la distribution de probabilité des événements P.

- L'incertitude **partielle :** la liste des événements est établie, et de l'information est disponible sur les événements. L'information dont on dispose peut être de plusieurs formes. On sait par exemple que la distribution de probabilité P sur les événements appartient à un ensemble de distributions donné $\mathcal{P}$. Par exemple, pour chaque événement A, on peut connaitre l'intervalle dans lequel peut se trouver sa probabilité (on parle alors de probabilités imprécises) : $P(A) \in [\underline{p}, \overline{p}]$.

Dans l'exemple *i)* des tempêtes (section 1.1.2), la fréquence des tempêtes (nombre de tempêtes par an) peut être estimée par les fréquences passées dans le cas où il n'existe pas de lien entre les émissions de gaz et le réchauffement de la planète. Dans l'autre cas, la fréquence des tempêtes ne peut être estimée précisément. On peut considérer un intervalle de probabilités avec comme borne inférieure la probabilité des tempêtes sans lien gaz-température et comme borne supérieure la probabilité 1 (si on ne sait vraiment rien).

- L'incertitude **totale :** la liste des événements est établie, mais il y a absence de toute information sur les événements pouvant se produire.

L'incertain total est un cas particulier d'incertain partiel où l'ensemble des distributions regroupe toutes les lois sur le support considéré. De même, l'incertain probabilisé est un cas particulier d'incertain partiel où l'ensemble de distributions se réduit à une seule loi.

On définit ci-dessous les mesures utilisées pour représenter différents degrés de précision de l'information disponible sur la fréquence d'un événement. Nous commençons par présenter les mesures de probabilités correspondant à une connaissance parfaite de la fréquence des événements et ensuite une généralisation, les capacités pouvant être utilisées dans les situations où l'information est incomplète et prend la forme d'un ensemble de distributions par exemple. Il s'agit bien d'une généralisation des probabilités.

- Les probabilités.

On dispose de $(\Omega, \mathcal{A})$ où Ω : ensemble des événements,$\mathcal{A}$: algèbre de Boole des parties de Ω.

Définition 5 *On appelle probabilité P sur $(\Omega, \mathcal{A})$ une fonction définie sur $\mathcal{A}$, à valeur dans $[0,1]$, vérifiant les trois axiomes :*
i) $P(\Omega) = 1$
ii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ *si* $A \cap B = \emptyset$
iii) Si $A_n \downarrow \emptyset$, *lorsque* $n \longrightarrow \infty, P(A_n) \downarrow 0$

Supposons que l'information est incomplète et prend la forme d'un ensemble de distributions de probabilité $\mathcal{P}$. Afin d'utiliser toute l'information qui est donnée par cet ensemble, il est nécessaire de le caractériser. Une manière de décrire cet ensemble est d'utiliser ses enveloppes (inférieure et supérieure). A tout ensemble $\mathcal{P}$, il est possible de lui associer son enveloppe inférieure $f : \mathcal{A} \rightarrow [0,1]$ définie comme suit :

$$\forall A \in \mathcal{A}, f(A) = \inf_{P \in \mathcal{P}} P(A)$$

L'enveloppe inférieure est une fonction d'ensemble qui associe à chaque événement la probabilité inférieure de cet événement compatible avec l'ensemble des distributions de probabilités. L'enveloppe inférieure d'un ensemble de distributions de probabilité n'est pas en général une distribution de probabilité. Pour pouvoir représenter l'ensemble $\mathcal{P}$ par l'enveloppe inférieure f, il faut que f caractérise $\mathcal{P}$. Un ensemble de distributions de probabilités $\mathcal{P}$ est caractérisé par son enveloppe inférieure s'il est de la forme :

$\mathcal{P} = \{P : P(A) \geq f(A)$, pour tout $A \in \mathcal{A}\}$

Définition 6 *Une **capacité** v est une fonction d'ensemble de $\mathcal{A}$ dans $[0,1]$ satisfaisant aux conditions suivantes : $v(\emptyset) = 0, v(\Omega) = 1$, et telle que $\forall A, B \in \mathcal{A}$, $A \subset B \Longrightarrow v(A) \leq v(B)$*

L'enveloppe inférieure v d'un ensemble de distributions de probabilités est une capacité sur $\mathcal{A}$.

Pour certains critères de choix que nous présenterons ultérieurement (chapitre 2), on utilise pour représenter l'information disponible sur les fréquences, non pas la capacité, mais une fonction qui lui est associée : la **transformée de Möbius**. La transformée de Möbius d'une fonction d'ensemble $v : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction d'ensemble $\varphi : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par :

$$\varphi(A) = \sum_{B \subseteq A} (-1)^{|A \setminus B|} v(B)$$

La transformée de Möbius[25] donne une mesure de l'incertitude associée aux événements élémentaires et composés. Si la capacité est une mesure de probabilité alors $\varphi(A) = P(A)$ pour tout événement élémentaire A et $\varphi(A) = 0$ pour tout événement composé. Sinon $\varphi(A) \neq 0$, A événement composé dès lors que $v(A \cup B) \neq v(A) + v(B)$

- Représentation de l'évolution de l'incertitude de type 2

L'incertitude sur l'explication d'un phénomène évolue au cours du temps. Elle peut augmenter ou diminuer.

Il existe un ordre partiel sur les ensembles de distributions de probabilité (on parle de familles) qui va permettre de représenter cette variation de l'incertitude (à

[25] v est caractérisée par sa transformée de Möbius puisque :
$v(A) = \sum_{B \subseteq A} \varphi(B)$.

partir du concept d'ambiguïté). Notons F et F^*, deux familles de distributions de probabilité. Il y a moins d'ambiguïté avec la famille F^* qu'avec la famille F si F^* est incluse dans F.

Définition 7 F^* *"moins ambigüe" que* F *si* $F^* \subset F$

La réduction de l'ambiguïté peut représenter une diminution de l'incertitude. Reprenons l'exemple de la plantation de la forêt (cf paragraphe 1.1.2). Les probabilités de tempête (s'il existe un réchauffement climatique) appartiennent à l'intervalle $[\underline{t}, \overline{t}]$. De nouveaux résultats apparaissent qui réduisent les bornes supérieures et inférieures initiales. Il y a alors moins d'ambiguïté.

Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre que l'incertitude environnementale nécessite une étude particulière vu ses spécificités. Nous avons proposé de caractériser l'incertitude en environnement comme une incertitude à 2 niveaux. Nous avons ensuite proposé une représentation de cette incertitude en utilisant divers outils dont la théorie des possibilités et des probabilités (et leur généralisation).

A présent, la question qui se pose à nous est comment prendre des décisions optimales à partir de ces représentations de l'incertitude environnementale ? C'est l'objet du chapitre 2 que d'analyser le passage de la représentation aux critères de décision.

Chapitre 2

Quels critères de décision face à l'incertitude scientifique ?

Introduction

Comment faire le meilleur choix pour un problème environnemental avec absence de certitudes scientifiques ? Le décideur doit en premier lieu se mettre au courant de l'état des connaissances scientifiques (sur le problème en question), i.e. savoir quelles sont les théories en présence et leur plausibilité associée, quels sont les états de la nature dans chaque théorie et l'information sur leur probabilité (cf chapitre 1). La décision va dépendre de cette information. Muni de cette information[1], le décideur doit en second lieu disposer d'un critère de décision qui lui permette de faire un choix. Dès lors, comment aider un décideur à prendre la meilleure décision, compte tenu de l'information qu'il a obtenue sur cette incertitude ? Dans ce chapitre, nous nous plaçons dans une perspective d'*aide à la décision*.

Il existe deux types de critères en théorie de la décision : des critères pour lesquels toute l'information est révélée par les choix des agents, i.e. les croyances sont révélées par les préférences (mais alors le problème est de faire révéler l'information par ce décideur). Les croyances ne sont pas "liées" à l'information objective de départ. Nous ne parlerons pas dans ce chapitre de ce type de critères (i.e. nous n'étudie-

[1] sur l'incertitude de type 1 et sur l'incertitude de type 2

rons ni le modèle de Savage (1954), ni le modèle Maxmin EU (Gilboa-Schmeilder, 1989), ni le modèle CEU (Schmeidler, 1989)). Il existe également des critères qui utilisent directement l'information dont dispose le décideur (ils peuvent aussi être axiomatisés). C'est cette dernière démarche que nous allons utiliser dans ce chapitre.

Nous proposons un ensemble de critères que le décideur peut utiliser selon la nature de l'information et son attitude vis-à-vis de l'incertain (on propose pour chaque critère une manière de révéler son attitude). Plus précisément, nous proposons pour chaque type d'information et chaque type d'attitude vis-à-vis de l'incertitude des critères de décision associés.

Dans une première section, nous expliquons notre démarche. Dans une deuxième section, nous présentons d'abord le critère des choix passés (case-based), un critère un peu à part et retenu pour décider lorsqu'on n'a pas le temps de s'informer et de révéler l'attitude du décideur. Dans une troisième section, nous présentons les critères permettant de traiter l'incertitude de type 1 (sans incertitude de type 2) puis les critères permettant de traiter l'incertitude de type 2 (on se situe conditionnellement à une théorie donnée). Nous proposons ensuite des critères pour traiter l'incertitude à deux niveaux. Pour chaque type d'incertitude, il existe des critères différents suivant l'attitude du décideur vis-à-vis de ce type d'incertitude. Nous proposons quelques exemples d'application de ces critères.

1 La démarche

Nous avons analysé dans le chapitre 1 comment l'incertitude peut être représentée dans les problèmes environnementaux, et à cet effet quels sont les outils les plus adéquats pour représenter chacun des types d'incertitude. Nous proposons dans ce chapitre des critères de décision selon chacune des représentations de l'incertitude.

Nous allons proposer des critères de décision suivant l'information dont dispose le décideur sur le problème environnemental et son attitude vis-à-vis de l'incertain.

- L'information

Le décideur possède de l'information lui permettant de connaître les théories en présence et leurs vraisemblances associées (incertitude de type 1), les états de la nature dans chaque théorie et l'information sur leur probabilité (incertitude de type 2).

Pour chaque type d'incertitude, nous proposons des critères qui utilisent l'outil sélectionné, dans le chapitre 1, pour représenter ce type d'incertitude. Les critères de décision pour l'incertitude de type 1 utilisent l'outil des possibilités. Les critères pour l'incertitude de type 2 utilisent l'outil des probabilités (et leur généralisation).

Nous proposons pour commencer des critères permettant de traiter l'incertitude de type 1 lorsqu'il n'existe alors pas d'incertitude de type 2 puis conditionnellement à une théorie donnée, des critères permettant de traiter l'incertitude de type 2. Nous proposons ensuite des critères pour traiter l'incertitude à deux niveaux. Tous ces critères traitent directement l'information dans le problème (elle n'est pas révélée par les préférences du décideur).

Nous prenons également en compte une caractéristique psychologique du décideur dans les critères proposés.

- Caractéristique psychologique du décideur

Il s'agit de l'attitude du décideur vis-à-vis de l'incertain, de son optimisme ou pessimisme ainsi que de son attitude vis-à-vis du risque.

L'attitude du décideur vis-à-vis de l'incertain peut être révélée de différentes manières selon les critères :

1) Soit on regarde si le décideur vérifie l'axiome caractérisant le comportement optimiste ou pessimiste du critère.

2) Soit pour certains critères, l'attitude du décideur est résumée à travers un paramètre, et donc on cherche à estimer ce paramètre.

Concernant l'attitude du décideur vis-à-vis du risque, il existe des études expérimentales pour estimer les différents fonctions qui le caractérisent (notamment celles représentant son attitude vis-à-vis du risque).

Les critères que nous proposons prennent en compte l'information et l'attitude du décideur vis-à-vis de l'incertitude simultanément. Pour chaque type d'information, on dispose de critères différents qui permettent de traduire des attitudes différentes vis-à-vis de l'incertain (et du risque pour certains critères). La méthode de présentation est donc tout d'abord de proposer des critères selon l'information, puis à l'intérieur de ces critères, sélectionner le critère qui reflète l'attitude du décideur par rapport au type d'incertitude envisagée.

Pour sélectionner un critère de décision, il faut donc déterminer la nature de l'incertitude et faire révéler l'attitude du décideur vis-à-vis de l'incertitude.

La procédure aboutissant au choix du bon critère est longue et complexe. Il faut d'un part rechercher de l'information et d'autre part mener une expérimentation pour déterminer l'attitude du décideur vis-à-vis de l'incertitude. Dans certains cas, les décideurs ne disposent pas du temps nécessaire pour mener à bien cette démarche. Ils doivent proposer une action dans l'urgence. Une solution est alors d'utiliser l'expérience passée. Cet outil de prise de décision n'est peut-être pas optimal, car il ne tient pas compte de la spécificité du problème auquel on est confronté, mais présente l'avantage d'une mise en oeuvre plus rapide.

Nous commençons donc par exposer le critère des choix passés (case-based decision theory), critère que nous proposons pour décider dans les situations où l'on n'a pas le temps d'obtenir de l'information sur ce problème (quelle soit de type 1 ou de type 2), en particulier dans des situations de crise.

2 Le critère des choix passés (case-based decision theory)

Ce critère a été proposé par Gilboa-Schmeidler (1995, 1996). Il permet d'aider à la décision lorsqu'on n'a pas le temps d'attendre l'information pour prendre des décisions. Il s'applique dans un contexte où les états du monde et les probabilités ne sont ni donnés dans le problème, ni facilement constructibles (les théories et leur plausibilité ne le sont pas plus).

- L'information

Le décideur dispose uniquement d'une mémoire constituée de cas passés. Selon ce critère, le décideur prend ses décisions par analogies aux cas passés : il a tendance à choisir des actes qui ont donné de bons résultats dans le passé et pour des problèmes qui paraissent similaires à celui qui est posé, et à éviter les actes qui ont donné de mauvais résultats.

On note D un ensemble de problèmes de décision, A l'ensemble des actes disponibles, R un ensemble de résultats ($R \subset \mathbb{R}$). $C = D \times A \times R$ est l'ensemble des cas. (d, a, r) est un triplet représentant respectivement un problème de décision, l'acte choisi et le résultat obtenu. On appelle ce triplet un cas. La mémoire M est un sous-ensemble des cas, c'est l'ensemble des problèmes dont le décideur se souvient. La similarité $s : D \times D \to [0, 1]$, mesure le degré de similarité entre 2 problèmes de décision.

La fonction d'utilité $u : R \to \mathbb{R}$, mesure la désirabilité des résultats.

- Le critère

La règle de décision est telle que le décideur range les actes disponibles selon la somme des utilités, qui ont résulté dans le passé, pondérées par la similarité. Un décideur, dont la mémoire est $M \subseteq C$ et caractérisé par (u, s), qui fait face à un problème d, ordonnera chaque acte a selon :

$$U(a) = U_{D,M}(a) = \sum_{(e,a,r)\in M} s(d,e)u(r).$$

Le décideur choisit un acte qui maximise cette somme. Les coefficients de similarité n'ont aucune raison de s'additionner à 1. Le décideur dispose d'une mesure de similarité. Un acte qui n'a jamais été essayé (i.e. aucun cas dans la mémoire) est affecté d'une utilité nulle. Si certains actes conduisent à une utilité positive, l'agent sera satisfait et donc continuera à choisir parmi eux sans chercher de nouveaux actes (qui pourraient s'avérer meilleurs). Si les actes essayés ont tous conduits à une utilité négative, alors le décideur choisira un acte nouveau mais le choix de ce nouvel acte est arbitraire. Les actes ayant conduits à une utilité négative sont donc considérés comme moins bons que des actes qui n'ont jamais été essayés.

L'arrivée d'information est représentée par un cas supplémentaire dans la mémoire. L'agent naît ignorant et apprend en élargissant sa mémoire.

L'acte choisi sera solution de :

$$\underset{a\in A}{Max} \sum_{(e,a,r)\in M} s(d,e)u(r)$$

- Un exemple

Dans cet exemple, le décideur est un consommateur. Il ne dispose pas de suffisamment d'information pour faire ses choix et recourt au critère des choix passés. Cet exemple se veut simplement illustratif.

On s'intéresse au cas des Organismes Génétiquement Modifiés (OGM). On ne peut envisager aujourd'hui quelles peuvent être toutes les conséquences de l'introduction des OGM (risques d'allergies, modifications de l'écosystème, agriculture...) ; quant à établir des probabilités (ou des familles de probabilités) sur ces différents états du monde ce n'est pas une tâche plus facile...Et même si la liste des états du monde était satisfaisante, peut-on dire que l'on soit à même de connaître les conséquences de chaque décision ? Les théories en présence ne sont pas exhaustives. Il s'agit donc de risques éventuels dont l'existence même, la nature ou l'ampleur sont encore mal appréhendées.

Nous considérons un consommateur caractérisé par (u, s) dont la mémoire est $M \subseteq C$. L'ensemble des actes est donné par $A = \{a, na\}$ où a représente la décision d'acheter, et na celle de ne pas acheter.

On considère un ensemble D de problèmes : $D = \{d, e, f\}$

où d : {achat ou non de produits vitaminés, alicaments[2]...}, e : {achat ou non de produit susceptible d'être contaminé par la vache folle}[3], f : {acheter ou non un produit contenant des OGM}

Nous allons étudier la décision d'un agent selon les caractéristiques de sa mémoire. Etudions l'impact d'une mémoire constituée de cas différents. Nous considérons deux consommateurs, notés 1 et 2, caractérisés par : M_1, M_2 avec $M_1 = \{d\}, M_2 = \{e\}$

Le consommateur 1 a une mémoire constituée du cas d, alors que le consommateur 2 a une mémoire constituée du cas e. Le nouveau problème de décision est noté f. L'évaluation des actes par chaque agent est reportée dans le tableau suivant :

agent \ acte passé	a	na
1	$\begin{cases} U_1(a) = s_1(f,d)u_1(r_{d,a}) \\ U_1(na) = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} U_1(a) = 0 \\ U_1(na) = s_1(f,d)u_1(r_{p,na}) \end{cases}$
2	$\begin{cases} U_2(a) = s_2(f,e)u_2(r_{e,a}) \\ U_2(na) = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} U_2(a) = 0 \\ U_2(na) = s_2(f,e)u_2(r_{e,na}) \end{cases}$

Dans le cas où chaque consommateur a choisi d'acheter dans le passé, l'évaluation des actes est donnée par :

Pour le consommateur 1, le cas passé est constitué par celui des alicaments (nouveau produit, aliments qui soignent).

$$\begin{cases} U_1(a) > 0 \\ U_1(na) = 0 \end{cases}$$

Il est donc amené à acheter le bien contenant des OGM s'il juge la similarité entre le problème des alicaments et celui des OGM non nulle, $s_1(f, d) \neq 0$.

Pour le consommateur 2, le cas passé est la crise sanitaire (vache folle)

---

[2]aliments qui soignent

[3]Les cas ne relèvent pas forcément de son expérience propre. Ils peuvent aussi provenir d'expériences d'autres individus et dont le consommateur a eu connaissance.

$$\begin{cases} U_2(a) < 0 \\ U_2(na) = 0 \end{cases}$$

Il est donc amené à ne pas acheter le bien contenant des OGM s'il juge la similarité entre le problème de la vache folle et celui des OGM non nulle (aspect risque santé, méfiance des consommateurs), $s_2(f, e) \neq 0$.

Même si les consommateurs 1 et 2 ont fait un choix identique dans le passé (celui d' acheter) et que (u, s) est identique pour ces deux consommateurs, alors le choix face au problème f sera différent. Les deux populations n'ont pas eu à faire aux mêmes cas dans le passé.

On peut identifier le consommateur 1 au consommateur américain et le consommateur 2 au consommateur européen.
En effet, les consommateurs américains n'ayant pas subi par le passé de véritables problèmes de santé publique, ils n'ont pas à craindre spécialement de consommer des produits avec des OGM.
Les consommateurs européens ayant expérimenté l'affaire de la vache folle et considérant que l'affaire des OGM est reliée à celle de la vache folle vont décider dès lors de ne pas consommer des produits contenant des OGM[4].

Le critère Case-Based peut être appliqué selon nous lorsqu'on ne peut décrire l'information et faire révéler l'attitude du décideur vis-à-vis de l'incertitude. Dans les autres cas, nous allons proposer d'autres critères. Ceci fait l'objet de la section suivante.

[4] *"La crise de la vache folle, dont l'ampleur en France tient au précédent de l'affaire du sang contaminé, [...] a un impact important sur la façon dont le public interprète le recours aux OGM. De ce point de vue, la vache folle constitue un "cadre cognitif" disponible qui prédétermine la façon dont le public se représente l'impact des OGM. Lorsqu'on réalise des analyses à partir des "groupes de discussion", la référence à la crise de la vache folle apparaît très fréquemment. [...] La crise de la vache folle conduit les consommateurs à suspendre leur confiance dans la qualité des aliments qu'ils consomment."* JOLY, P-B (2000)
"Certains spécialistes de la perception des biotechnologies considèrent que l'attitude des consommateurs américains est très positive" (par exemple, 77% d'entre eux se déclarent prêts à acheter des produits issus de plantes résistantes aux insectes).

3 Critères avec incertitude de type 1 et de type 2.

Nous commençons par traiter le cas où il n'existe que de l'incertitude de type 1. Ensuite, conditionnellement à une théorie donnée, nous traiterons le cas de l'incertitude de type 2. Enfin, nous traiterons l'incertitude à deux niveaux.

Pour tous ces critères, nous commençons par donner l'information dont dispose le décideur, puis nous présentons les critères (suivant cette information et les caractéristiques psychologiques du décideur). Enfin, nous analysons comment faire révéler l'attitude du décideur vis-à-vis de l'incertitude (et du risque).

3.1 Critères avec incertitude de type 1

Nous considérons, dans cette section, qu'il n'existe que de l'incertitude de type 1 ; c'est-à-dire que l'incertitude porte uniquement sur les théories, et une fois cette incertitude levée, il n'existe plus d'incertitude.

L'incertitude de type 1 peut être représentée par les possibilités (cf chapitre 1). Nous présentons les critères de choix se servant de cet outil. Ils permettent la modélisation des choix du décideur lorsque la distribution de possibilité sur les théories est connue.

Les critères de décision exposés pour l'incertitude de type 1 ne requièrent qu'une échelle ordonnée linéairement pour l'utilité et l'incertitude. Nous distinguerons deux critères, un optimiste et un pessimiste[5].

- L'information

On suppose que le décideur connaît T, l'ensemble des théories, d'élément t. C'est un ensemble fini[6]. Il dispose également de L,une échelle finie totalement ordonnée et $\pi : T \to L$, la distribution de possibilité sur les théories.

[5]Dubois, Prade et Sabbadin (2000) fournissent une axiomatique ainsi qu'un théorème de représentation.

[6]Toutefois, nous savons qu'il existe des cas où l'on n'est pas sûr de connaître toutes les théories.

Le décideur dispose d'un ensemble d'actes $\mathcal{X}$, un acte g étant une application de l'ensemble des théories T dans l'ensemble de résultats $\mathcal{C}$. Le décideur est caractérisé par une fonction d'utilité $u : \mathcal{C} \rightarrow L$.

Il existe deux critères de choix selon l'attitude du décideur vis-à-vis de l'incertitude : un critère optimiste et un critère pessimiste.

- Le critère optimiste :

Un acte g est valorisé par :

$$\max_{t \in T} \min(\pi(t), u(g(t)))$$

où $\pi(t)$ est la possibilité associée à la théorie t et $u(g(t))$ l'utilité procurée par l'acte g dans la théorie t.

Ce critère est une version modérée du critère Maximax qui est optimiste[7].

On peut exprimer ce critère de la manière suivante :

Un acte g est supposé "bon", dès qu'il existe une théorie plausible dans laquelle g donne un bon résultat (sans regarder ce qui se passe dans les autres théories plausibles).

Lorsque toutes les théories sont entièrement plausibles ($\forall t, \pi(t) = 1$), ce critère se ramène au critère Maximax.

Un décideur qui adopte ce critère choisira l'acte qui est solution de :

$$\underset{g}{Max} \max_{t \in T} \min(\pi(t), u(g(t)))$$

Il existe aussi un critère pessimiste.

- Critère pessimiste :

Un acte g est valorisé par :

$$\min_{t \in T} \max\ (1 - \pi(t), u(g(t)))$$

où $1 - \pi(t)$ est la nécessité de t^c et $u(g(t))$ l'utilité procurée par l'acte g dans la théorie t.

[7]Lorsqu'il existera une incertitude double, nous verrons comment remplacer chaque résultat par la valorisation de l'acte sur l'incertitude de type 2 (pour une théorie donnée).

Ce critère est un raffinement du critère Maximin (critère de Wald), critère pessimiste. C'est aussi un critère pessimiste, même si le pessimisme est atténué par la prise en compte des possibilités relatives des théories.

On peut exprimer ce critère de la manière suivante :

La valeur d'un acte g est élevée si il donne de bons résultats dans chaque théorie suffisamment plausible.

Lorsque toutes les théories sont entièrement plausibles ($\forall t, 1 - \pi(t) = 0$), ce critère se ramène au critère Maximin.

Un décideur qui adopte ce critère choisira l'acte qui est solution de :

$$\underset{g}{Max} \min_{t \in T} \max \left(1 - \pi(t), u(g(t))\right)$$

Ce type de critères rejette la notion de moyenne entre la valeur de revenus incertains, en ce sens ils sont non compensatoires. La valeur d'un acte peut par contre s'interpréter comme la médiane de valeurs d'utilité et d'incertitude[8].

- Révélation de l'attitude du décideur

Pour révéler l'attitude du décideur, on utilise 2 axiomes, spécifiques à l'attitude du décideur, qui font partie de l'axiomatique de Dubois, Prade, Sabbadin (2000) et caractérisent l'attitude du décideur vis-à-vis de l'incertain. Si le décideur vérifie le premier axiome, il est optimiste. S'il vérifie le deuxième, il est pessimiste. Il se peut toutefois qu'il ne vérifie ni l'un ni l'autre.

Posons fAg qui signifie f sur A et g sur $\overline{A}$.

Axiome d'optimisme :

$\forall f, g, \forall A \subseteq T, fAg \prec f \Longrightarrow f \preceq gAf$

Donnons à partir d'un exemple la signification de cet axiome. Cet exemple est du à Dubois, Prade, Sabbadin (2000). Supposons que l'acte f conduit à un gain quel que soit l'état du monde et l'acte g conduit à une perte quel que soit l'état du monde. Alors, si le décideur vérifie l'axiome d'optimisme, alors pour tout A, f

[8] Ces critères sont un cas particulier d'un critère qualitatif plus général reposant sur l'intégrale de Sugeno (cf Dubois, Prade, Sabbadin (2000)).

strictement préféré à fAg signifie que le décideur pense que $\overline{A}$ est assez plausible (sinon, il serait indifférent). Ne pas préférer f à gAf signifie que le décideur pense soit que A n'est pas plausible, soit que A et $\overline{A}$ sont également plausibles et il suppose que le meilleur résultat prévaudra. En d'autres termes, le décideur se focalise sur les meilleures conséquences parmi celles des états plausibles. C'est de l'optimisme.

Axiome de pessimisme :

$\forall f, g, \forall A \subseteq T, fAg \succ g \Longrightarrow g \succeq gAf$

On peut prendre le même exemple que précédemment. Etre pessimiste signifie que si le décideur préfère strictement fAg à g (il pense que A est assez sûr), alors il ne devrait pas préférer gAf à g (la mauvaise conséquence si A se réalise trouble, estompe toute préférence pour f étant donné $\overline{A}$).

- Un exemple

Considérons un problème pour lequel il existe une incertitude sur l'existence d'un danger (il peut s'agir du danger lié à la production d'un bien tel que les OGM par exemple). On considère un cas simple. Deux théories sont en présence : celle qui établit l'existence du danger (d) et celle qui établit la non-existence du danger (nd). Le décideur connaît la possibilité de chaque théorie : $\Pi(d)$ et $\Pi(nd)$.

3 décisions sont possibles : interdire (la production d'OGM par exemple), surveiller (les champs d'OGM par exemple), attendre (de nouvelles informations qui permettront d'en savoir plus sur l'existence de ce danger).

Nous utilisons l'échelle ordonnée suivante : $\{0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1\}$.

Les évaluations attachées à chaque décision sont reportées dans le tableau suivant.

	interdire	surveiller	attendre
d	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	0
nd	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	1

<u>Etude des différents cas possibles suivant le degré d'incertitude et l'attitude du décideur.</u>

Nous appliquons à chacun de ces cas possibles successivement les critères optimistes et pessimistes.

•$\Pi(d) = \Pi(nd) = 1$: le danger et l'absence de danger sont entièrement plausibles.

La décision optimale est d'attendre pour l'optimiste et d'interdire pour le pessimiste.

•$\Pi(d) = 1, \Pi(nd) = 0$: l'existence de danger est certaine.

La décision optimale est d'interdire pour l'optimiste et le pessimiste.

•$\Pi(d) = 0, \Pi(nd) = 1$: l'absence de danger est certaine.

La décision optimale est d'attendre pour l'optimiste et le pessimiste.

•$\Pi(d) > 0, \Pi(nd) = 1$: l'absence de danger est entièrement plausible, le danger est moins plausible.

Pour l'optimiste, la décision optimale est d'attendre quel que soit $\Pi(d)$.

Pour le pessimiste, la décision optimale dépend de la valeur de $\Pi(d)$.

Si $\Pi(d) < \frac{1}{5}$, la décision optimale est d'attendre

Si $\frac{1}{5} < \Pi(d) < \frac{2}{5}$, attendre ou surveiller sont les décisions optimales

Si $\frac{2}{5} < \Pi(d) < \frac{3}{5}$, les 3 décisions sont optimales

Si $\Pi(d) > \frac{3}{5}$, la décision optimale est d'interdire

•$\Pi(d) = 1, \Pi(nd) > 0$: le danger est entièrement plausible, l'absence de danger est moins plausible.

Pour le décideur optimiste :

Si $\Pi(nd) < \frac{2}{5}$, la décision optimale est d'interdire

Si $\frac{2}{5} < \Pi(nd) < \frac{3}{5}$, les 3 décisions sont optimales

Si $\frac{3}{5} < \Pi(nd) < \frac{4}{5}$: le décideur choisit de surveiller ou attendre

Si $\frac{4}{5} < \Pi(nd)$: le décideur choisit d'attendre

Pour le décideur pessimiste, la décision optimale est d'interdire quel que soit $\Pi(nd)$.

En résumé, on peut dire que la décision passe d'attendre à surveiller puis interdire au fur et à mesure que

i) la possibilité de non-danger diminue pour l'optimiste et que

ii) la possibilité de danger augmente pour le pessimiste.

Les décisions obtenues avec ce critère sont en accord avec celles proposées par Chevassus-au-Louis (2000). Il donne des recommandations spécifiques (interdire, surveiller, attendre) selon la plausibilité du danger[9].

Lorsque la possibilité de l'absence de danger vaut 1, l'optimiste se focalise dessus. Lorsque la possibilité de l'existence de danger vaut 1, le pessimiste se focalise dessus.

Après avoir présenté les critères pour l'incertitude de type 1, nous présentons à présent les critères pour l'incertitude de type 2.

3.2 Critères avec incertitude de type 2

On va supposer dans cette section qu'on se place conditionnellement à une théorie donnée. L'ensemble des états du monde est conditionnel à cette théorie.

L'incertitude de type 2 peut être représentée par les probabilités (et leur généralisation, cf chapitre 1). Nous présentons les critères de choix utilisant ces outils. Nous avons vu au chapitre 1 qu'il existe plusieurs degrés d'incertitude : l'incertitude probabilisée, partielle et totale. Nous proposons des critères pour chacun[10].

Pour tous les critères présentés, le décideur connaît Ω, l'ensemble des états de la nature (Ω est générique, il désigne un Ω_t quelconque) et $\mathcal{A}$, l'algèbre des événements de Ω.

Le décideur dispose d'un ensemble d'actes $\mathcal{X}$, un acte f étant une application de l'ensemble des états de la nature Ω dans l'ensemble de résultats $\mathcal{C}$. Le décideur est caractérisé par une fonction d'utilité $u : \mathcal{C} \to \mathbb{R}$.

Nous nous concentrons uniquement sur l'incertitude relative aux états de la na-

[9] Toutefois, ces recommandations dépendent également d'autres caractéristiques.

[10] Pour la présentation d'autres critères en incertitude, voir Kast (2002a).

ture (leurs probabilités peuvent être connues, inconnues ou mal connues) mais nous savons qu'il peut aussi exister une incertitude sur les résultats (Decaestecker, Rotillon 1994[11]).

Nous commençons par présenter les critères pour l'incertitude probabilisée puis pour l'incertitude totale avant de présenter ceux pour l'incertitude partielle.

3.2.1 Incertitude probabilisée : le critère d'Espérance d'Utilité (von Neumann-Morgenstern, 1947)

Ce critère permet la modélisation des choix lorsque la distribution de probabilité sur l'ensemble des états de la nature est connue.

- Information

On suppose que le décideur connaît $P(.)$, la distribution de probabilité sur $(\Omega, \mathcal{A})$

- Critère

Un acte f est valorisé par $E_P u(f) = \int_\Omega u(f) dP$

C'est l'espérance d'utilité d'un acte f par rapport à une distribution $P(.)$.

Un décideur qui adopte ce critère choisira l'acte qui est solution de :

$$\underset{f}{Max}\ E_P u(f)$$

- Attitude vis-à-vis du risque

Un décideur adversaire du risque préfère toujours, à moyenne constante, le certain au risqué. Il cherche à éviter le risque. Sous l'hypothèse d'un décideur maximisateur d'espérance d'utilité (EU), l'aversion au risque se caractérise par une fonction d'utilité $u(.)$ concave. Dans le modèle EU, il est possible de donner une représentation de l'intensité de l'aversion pour le risque du décideur à partir des propriétés de $u(.)$. Cette représentation passe par le coefficient absolu d'aversion pour le risque et la prime de risque.

[11] Ces auteurs soulignent que les grands problèmes environnementaux actuels sont caractérisés par une grande incertitude sur le plan des conséquences et des probabilités d'occurence.

Il existe des études expérimentales pour estimer, pour chaque décideur, la fonction $u(.)$ qui le caractérise.

Nous ne parlerons pas d'autres critères que le critère EU dans le risque tel que le critère d'utilité dépendante du rang RDEU par exemple (Quiggin, 1982).

Ce cas d'incertitude probabilisée est un cas limite d'incertitude. Mais, il existe beaucoup de problèmes environnementaux pour lesquels on ne disposera pas de cette distribution de probabilité (cf rapport Kourilsky-Viney[12]).

Quel critère utiliser si l'on considère que le modèle d'espérance d'utilité n'est pas adapté, notamment parce qu'on considère qu'il ne faut pas se ramener à une probabilité par une procédure arbitraire ?

3.2.2 Incertain total : Maxmin, Maxmax, Hurwicz

- L'information

Le décideur ne dispose d'aucune information sur les états pouvant se produire.

Les critères que nous allons présenter reposent sur les meilleurs et moins bons résultats valués des actes.

- Le critère Maxmin

Il se base sur le résultat (valué) le plus défavorable possible d'une décision. Ainsi, un acte f, défini sur un nombre fini d'états de la nature est valorisé par :

$$\min_{w \in \Omega} u(f(w))$$

L'acte choisi sera donc solution de

$$\max_{f \in \mathcal{X}} \min_{w \in \Omega} u(f(w))$$

Ce critère rend compte d'un comportement totalement pessimiste vis-à-vis de l'incertitude. Un agent qui recourt à ce critère se prémunit contre le pire.

- Le critère Maximax

[12] KOURILSKY, VINEY (2000) : *Le Principe de précaution.* Rapport au premier ministre, Paris, éd. Odile Jacob.

Il se base sur le résultat le plus favorable d'une action. L'acte choisi est solution de :

$$\max_{f \in \mathcal{X}} \max_{w \in \Omega} u(f(w))$$

Dans ce cas, l'agent est optimiste. Il se focalise sur le résultat le plus important qui puisse se produire, et fait un choix tel que ce résultat soit le plus élevé possible.

- Le critère d'Arrow-Hurwicz (1972)

Arrow-Hurwicz proposent un critère qui est une généralisation des deux critères précédents qui manifestent des comportements extrêmes. La fonction représentant les préférences est alors de la forme :

$$\alpha \min_{w \in \Omega} u(f(w)) + (1 - \alpha) \max_{w \in \Omega} u(f(w)) \text{ avec } \alpha \in [0, 1]$$

α est un indice de pessimisme-optimisme, il représente le poids qu'ont respectivement dans la valorisation d'une décision, les plus mauvais et les meilleurs résultats.

- Attitude vis-à-vis de l'incertitude.

Dans le modèle d'Hurwicz, l'indice de pessimisme-optimisme correspond au poids que les agents accordent respectivement au plus mauvais et au meilleur gain de l'acte considéré. On peut donc considérer que les agents qui accordent plus de poids au gain le plus bas qu'au gain le plus élevé sont adversaires de l'incertitude car ils considèrent que l'événement qui leur est le plus défavorable a plus de chance de se produire que l'événement qui leur est favorable ce qui correspond à $\alpha > \frac{1}{2}$.

Les cas où $\alpha = 1$ et $\alpha = 0$ correspondent respectivement au Maximin et Maximax. Le critère Maxmin est celui d'un agent pessimiste. Ce critère est parfois considéré comme un critère "paranoïaque" (en fait l'application de ce critère est problématique si la liste des états du monde inclut des états "exagérément catastrophique"). Nous montrerons au chapitre 5, qu'en fait ce critère n'est pas si "paranoïaque". L'utilisation du critère Maxmin n'est pas toujours synonyme de risque zéro ou de statu quo (abstention).

Ces critères ne dépendent que des valeurs minimum et maximum des résultats des décisions. Ils ont le défaut d'attribuer, dans certains cas, un effet nul à la dominance c'est-à-dire de juger équivalents deux actes dont l'un aurait un résultat strictement meilleur pour au moins un événement et un résultat aussi bon ailleurs. Cohen et Jaffray (1980) proposent une axiomatique qui remédie à ce problème. La comparaison de deux décisions se fait alors sur la base des valeurs extrêmes des résultats, et, en cas d'indifférence, repose sur une notion de dominance. Sous les axiomes qu'ils imposent la relation d'indifférence peut ne pas être transitive.

On peut estimer α. Il est tel que, pour tout couple de résultats m et M, avec $m < M$, le décideur est indifférent entre :
i) recevoir au moins m et au plus M sans information sur l'occurrence des résultats correspondants et
ii) recevoir soit m avec une probabilité α, soit M avec une probabilité $(1 - \alpha)$

Cet indice de pessimisme-optimisme peut, dans certains cas, dépendre des valeurs des résultats ou plus particulièrement de leurs signes, un individu peut être optimiste pour les gains et pessimiste pour les pertes (Cohen, Jaffray, Said 1987).

3.2.3 Incertitude partielle

Dans cette section, nous allons étudier les critères qui permettent la modélisation des choix lorsque la distribution de probabilités sur les états du monde n'est ni entièrement connue, ni totalement inconnue. On peut uniquement affirmer que la véritable distribution appartient à un ensemble de distributions.

3.2.3.1 Le modèle de Jaffray (1989a,1989b)

Dans ce modèle, on suppose connu l'ensemble de distributions de probabilité dans lequel se trouve la distribution de probabilité. On parle de probabilités imprécises.

- Information

On suppose que le décideur connaît $\mathcal{P}$, l'ensemble de distributions de probabilités.

A $\mathcal{P}$, il est possible d'associer son enveloppe inférieure $v(.)$ (cf chapitre 1, section 2.2, rappelons qu'une enveloppe inférieure est une capacité).

L'utilisation de ce critère nécessite que l'ensemble de distributions possède les 2 propriétés suivantes :

Hypothèse 1 *$\mathcal{P}$ est caractérisée par son enveloppe inférieure $v(.)$*

L'ensemble des distributions de probabilité $\mathcal{P}$ est caractérisé par son enveloppe inférieure $v(.)$ lorsque $\mathcal{P} = \{P \in \mathcal{L} : P(A) \geq v(A), \forall A \in \mathcal{A}\}$

Hypothèse 2 *$v(.)$ est convexe*

Une capacité $v : \mathcal{A} \to [0,1]$ est convexe si $\forall A, B \in \mathcal{A}, v(A \cup B) \geq v(A) + v(B) - v(A \cap B)$

$v(.)$ est caractérisée par sa transformée de Möbius $\varphi : \mathcal{A} \to \mathbb{R}$ (cf chapitre 1, section 2.2)

- Critère

Un acte f est valorisé par :

$$\sum_{B \in \mathcal{A}} \varphi(B)[\alpha(m_B, M_B)u(m_B) + (1 - \alpha(m_B, M_B))u(M_B)]$$

où $\varphi(.)$ est la transformée de Möbius de l'enveloppe inférieure $v(.)$ qui caractérise $\mathcal{P}$, m_B et M_B sont respectivement le pire et le meilleur résultat si B se produit, $\alpha(m_B, M_B)$ est l'indice d'optimisme-pessimisme de Hurwicz local représentant l'attitude du décideur vis-à-vis de l'ambiguïté, $u(.)$ est la fonction d'utilité de von Neumann-Morgenstern dans l'incertain probabilisé.

Un décideur qui adopte ce critère choisira l'acte qui est solution de :

$$\underset{f}{Max} \sum_{B \in \mathcal{A}} \varphi(B)[\alpha(m_B, M_B)u(m_B) + (1 - \alpha(m_B, M_B))u(M_B)]$$

Le modèle admet comme cas particuliers :

i) le critère d'Arrow-Hurwicz lorsque l'intervalle des probabilités est $[0,1]$, cas d'incertitude totale et α constant *ii)* le critère d'espérance d'utilité lorsque l'ensemble de distributions $\mathcal{P}$ est réduit à un singleton, cas de risque : en effet, les capacités convexes deviennent des distributions de probabilités et leur transformée de Möbius devient non nulle seulement sur les événements élémentaires pour lesquels elle est égale à leur probabilité, la fonction devient ainsi l'espérance d'utilité par rapport à l'unique loi de l'ensemble.

Ce critère a une structure très intuitive. Il fait intervenir d'une part l'information objective, à travers l'enveloppe inférieure de l'ensemble des distributions de probabilité et, d'autre part, 2 éléments subjectifs, liés aux caractéristiques psychologiques du décideur qui est l'indice de pessimisme-optimisme et la fonction d'utilité.

- Attitude vis-à-vis de l'incertain et du risque

$\alpha(m_B, M_B)$ est l'indice d'optimisme-pessimisme de Hurwicz local reflétant l'attitude du décideur dans l'incertain total. Une hypothèse souvent faite est que $\alpha(m_B, M_B) = \alpha$. On peut faire révéler l'attitude du décideur de la même manière qu'à la section 1.4.2.

$u(.)$ fonction d'utilité qui représente l'attitude de l'individu vis-à-vis du risque. L'attitude vis-à-vis du risque est saisi par la concavité ou la convexité de $u(.)$. Il existe des méthodes expérimentales pour estimer la fonction $u(.)$ qui caractérise le décideur.

3.2.3.2 Les modèles de Gajdos, Tallon, Vergnaud (2002a, 2002b).

Ces auteurs proposent deux critères de décision. Ces derniers s'inspirent des modèles de Jaffray (1989) et Ghirardato (2001). Ces critères mixent le max et le min.

- L'information

Le décideur fait appel à des experts. Chaque expert i donne son avis en disant que selon lui, la probabilité d'apparition de l'état w est $p_i(w)$. $\mathcal{P}$ est l'ensemble des opinions d'experts. Il y a n experts. $\mathcal{P}$ est une famille de distribution de probabilités.

- Critère 1 :

Ce critère est inspiré des modèles de Jaffray (1989) et Ghirardato (2001). Il mixe le "max et le min".

Un acte f est valorisé par :

$$\alpha \underset{p\in\mathcal{P}}{min} \sum_{w\in\Omega} p(w)u[(f(w))] + (1-\alpha) \max_{p\in\mathcal{P}} \sum_{w\in\Omega} p(w)u[(f(w))]$$

Le critère peut s'écrire $\alpha \underset{p\in\mathcal{P}}{min}\ E_p u(f) + (1-\alpha) \max_{p\in\mathcal{P}} E_p u(f)$

L'acte choisi sera solution de :

$$\underset{f}{Max}\ \alpha \underset{p\in\mathcal{P}}{min} \sum_{w\in\Omega} p(w)u[(f(w))] + (1-\alpha) \max_{p\in\mathcal{P}} \sum_{w\in\Omega} p(w)u[(f(w))]$$

$0 \leq \alpha \leq 1$ est le coefficient d'optimisme/pessimisme que les auteurs appellent aussi coefficient d'aversion à l'ambiguïté.

Remarque 1 : Lorsque $\mathcal{P}$ est réduit à une unique distribution, on retombe sur le critère d'espérance d'utilité (EU).

Remarque 2 : Interprétation de α

α correspond à l'indice d'Arrow-Hurwicz. On peut donc l'estimer de la même manière qu'à la section 1.4.2. $\alpha = 1$ correspond au coefficient d'un décideur qui déteste l'ambiguïté, on retrouve le critère Maxmin EU (utilisé aussi par Gilboa-Schmeidler, 1989) mais où ici la famille de probabilité est connue et non pas révélée par le décideur. $\alpha = 0$ est le coefficient d'un décideur qui adore l'ambiguïté.

Ce critère ne présente pas comme cas particulier, le cas d'une neutralité à l'ambiguïté qui correspondrait à des croyances bayésiennes. Alors que l'on pourrait envisager que $\alpha = \frac{1}{2}$ correspond à une telle neutralité. En général, cela ne correspond pas à une utilité espérée qui par exemple, serait calculée par rapport à une probabilité moyenne.

- Critère 2 :

Il est inspiré des travaux de Gajdos, Tallon, Vergnaud (2002a) et Klibanoff, Marinacci et Mukerji (2002). Ce critère n'a pas l'inconvénient du premier critère. Ce deuxième critère repose sur l'idée que la probabilité moyenne $\overline{p}(w) = \frac{\sum_i p_i(w)}{|n|}$ où n est le nombre d'experts consultés, constitue une probabilité d'ancrage, une estimation centrale et le critère mixe le "Min et l'estimation centrale" lorsqu'on veut traduire une aversion à l'ambiguïté.

Un acte f est valorisé par :

$$\alpha \underset{p\in\mathcal{P}}{min} \sum_{w\in\Omega} p(w)u[(f(w))] + (1-\alpha) \sum_{w\in\Omega} \overline{p}(w)u[(f(w))]$$

L'acte choisi sera solution de :

$$\underset{f}{Max}\ \alpha \underset{p\in\mathcal{P}}{min} \sum_{w\in\Omega} p(w)u[(f(w))] + (1-\alpha) \sum_{w\in\Omega} \overline{p}(w)u[(f(w))]$$

où $0 \leq \alpha \leq 1$ s'interprète également comme un coefficient d'aversion à l'ambiguïté, mais où cette fois $\alpha = 1$ reflète un décideur qui est neutre à l'ambiguïté et qui se comporte de manière bayésienne par rapport à l'opinion moyenne. Pour traduire a contrario une préférence pour l'ambiguïté, il suffit de mixer le "Max et l'estimation centrale".

Nous avons présenté pour l'instant des critères pour l'incertitude de type 1 puis pour celle de type 2. Mais l'incertitude environnementale est une incertitude à deux niveaux, qui est composée de l'incertitude de type 1 et de type 2. De fait, il faut proposer des critères qui permettent de traiter simultanément ces 2 types d'incertitude. C'est l'objet de la section suivante.

3.3 Critères avec incertitude à 2 niveaux

Nous avons vu dans le chapitre 1 que l'incertitude environnementale est à deux niveaux. Il s'agit dès lors de combiner les critères pour l'incertitude de type 1 et les critères pour l'incertitude de type 2.

- Information :

Le décideur connaît T, l'ensemble des théories, d'élément t; Ω_t, l'ensemble des états du monde conditionnellement à la théorie t; $\mathcal{P}_t$, l'ensemble des distributions de probabilités sur Ω_t ; L, échelle.

Il existe 2 types d'actes. Pour l'ensemble des théories, un acte f est défini par $f : \prod_{t=1}^{T} (t \times \Omega_t) \to \mathcal{C}$. Pour chaque théorie t, l'acte f_t correspondant est défini par $f_t : \Omega_t \to \mathcal{C}$.

Le décideur est caractérisé par une fonction d'utilité $u : \mathcal{C} \to L$.

- Attitude du décideur

Nous ne considérons ici que le cas d'un décideur pessimiste mais nous pourrions faire la même chose avec un décideur optimiste.

- Le critère

Un acte f se décompose pour chaque théorie t en un acte f_t. Pour valoriser f (avec un critère pour l'incertitude de type 1), le décideur doit valoriser au préalable pour chaque théorie t l'acte correspondant f_t. Il valorise pour chaque théorie t, l'acte f_t avec un critère pour l'incertitude de type 2 correspondant au degré d'incertitude (totale, partielle ou probabilisée) et à l'attitude du décideur. On remplace pour chaque théorie la valorisation de l'acte correspondant (pour l'incertitude de type 2 correspondante).

Un acte f est donc valorisé par :

$$\min_{t \in T} \max \left(1 - \pi(t), V(f_t)\right)$$

où $V(f_t)$ est la valorisation de l'acte f_t avec un critère pour l'incertitude de type 2 et $f_t : \Omega_t \to \mathcal{C}$.

L'acte choisi sera solution de :

$$\underset{f}{Max} \min_{t \in T} \max \left(1 - \pi(t), V(f_t)\right)$$

Considérons plus précisément le cas d'une incertitude de type 1 quelconque et d'une incertitude de type 2 partielle (pour chaque théorie t). Prenons par exemple le critère d'Arrow-Hurwicz avec $\alpha = 1$ comme critère pour l'incertitude de type 2[13], un acte f est alors valorisé par :

[13] Nous supposons que l'attitude du décideur est cohérente pour les deux types d'incertitude.

$$\min_{t \in T} \max \left(1 - \pi(t), E_{p_t *} u(f_t)\right)$$

où $E_{p_t *} u(f_t) = \min_{p_t \in \mathcal{P}_t} E_{p_t} u(f_t),\ f_t : \Omega_t \to \mathcal{C}$

Considérons à présent un exemple dans lequel il existe 2 théories $T = \{t_1, t_2\}$ et 2 actes conditionnellement à la théorie t_1 : $f : \Omega_{t_1} \to \mathcal{C}, g : \Omega_{t_1} \to \mathcal{C}$ et 1 acte conditionnellement à la théorie t_2 : $h : \Omega_{t_2} \to \mathcal{C}$.

Il existe 2 actes F et G définis[14] par $F = F_1 t_1 F_2$ où $F_1 = f$ et $F_2 = h$; $G = G_1 t_1 G_2$ où $G_1 = g$ et $G_2 = h$.

La première étape pour valoriser F et G consiste à appliquer un critère pour l'incertitude de type 2 afin de valoriser les 3 actes F_1, F_2 (ou G_2), G_1. On obtient alors : $V(F_1), V(F_2), V(G_1)$.

Les actes F et G sont valorisés avec un critère pour l'incertitude de type 1. Ainsi, par exemple si on retient un critère pessimiste, l'acte F est valorisé par :

$W(F) = \min\{\max\,(1 - \pi(t_1), V(F_1)), \max\,(1 - \pi(t_2), V(F_2))\}$.

L'acte choisi sera solution de : $max\{W(F), W(G)\}$.

La méthodologie est identique pour tous les degrés d'incertitude de type 2 et attitude du décideur vis-à-vis de l'incertitude.

Conclusion

Dans ce chapitre 2, nous avons proposé des critères de décision en vue d'une aide à la décision. Ils dépendent directement de l'information et de l'attitude psychologique du décideur vis-à-vis de l'incertitude (et du risque). Nous avons proposé des critères pour chaque type d'incertitude et chaque attitude du décideur vis-à-vis de l'incertitude.

Toutefois, le critère proposé pourrait tenir compte du fait que le décideur a également des intérêts à satisfaire. C'est l'objet du chapitre suivant.

[14] Rappelons que $F_1 t_1 F_2$ signifie F_1 sur t_1 et F_2 sur $\overline{t_1} = t_2$.

Chapitre 3

Le coût d'un Principe de précaution mal défini[1]

Introduction

Quel est l'avenir du Principe de précaution ? Ce principe est devenu galvaudé par rapport à son ambition initiale, les formulations qui en sont données sont multiples. Dans sa version médiatique, le Principe de précaution est devenu ces dernières années un principe d'abstention, correspondant à une interprétation radicale. Le Principe de précaution est invoqué comme un sésame qui justifie à lui seul le bien fondé d'une décision d'interdiction. De telles annonces se sont multipliées. Fin août 2002 par exemple, au lendemain de forts orages, les autorités publiques de Marseille fermaient les plages en invoquant le Principe de précaution. On pourrait trouver de nombreux exemples où le Principe de précaution apparaît pour justifier une décision présentée comme supprimant un risque potentiel. Appliqué ou invoqué ainsi, le Principe de précaution entretient l'illusion de la possibilité de réduire le risque à un niveau nul.

Pris dans l'acception d'un principe d'abstention, le Principe de précaution participe aussi indirectement au basculement dans l'appréciation de l'opinion publique de la responsabilité des décideurs. D'une responsabilité logique, on passe de plus en plus à une responsabilité morale. Ex post, au lieu de se rappeler des incertitudes

[1]Ce chapitre est issu d'un travail avec T. Lanzi et J-C Vergnaud (Bouglet, Lanzi, Vergnaud 2002)

existant au moment de la prise de décision, le jugement est formé rétroactivement une fois le risque avéré. Ceci fût particulièrement vrai dans le débat autour du sang contaminé. Plus récemment, les travaux d'une commission sénatoriale (*Le Monde* du 19 Mai 2001) critiquaient la gestion de la crise de l'ESB des dix dernières années à la lumière des connaissances acquises aujourd'hui.

Comme principe d'abstention, le Principe de précaution ne correspond pas à son ambition originelle de renouveler la gestion des risques. Le souci de renouvellement de la gestion des risques exprimé dans la déclaration de Rio (1992), venait d'une part, de la prise de conscience des effets potentiellement larges (planétaires parfois !), difficilement réparables et souvent irréversibles (du moins à l'horizon de quelques années) des activités humaines et d'autre part, de quelques crises où il est apparu qu'en ayant agi une fois seulement les risques avérés, on avait pris trop tardivement des mesures. L'idée était que la gestion des risques avérés devrait être étendue aux situations où des incertitudes scientifiques existent. Le Principe de précaution devait ainsi venir prolonger le Principe de prévention en adoptant une logique coûts-avantages (cf Kast, 2002b). Pour les risques avérés, on peut se baser sur l'existence de probabilités objectives (fréquences ou données populationnelles) pour mener un calcul d'arbitrage comparant les coûts des décisions aux bénéfices espérées d'une réduction des risques et donc pour implémenter le Principe de prévention. Or en présence d'incertitudes scientifiques, on ne dispose pas de telles quantifications de l'incertitude et on ne dispose pas de mesures permettant d'assurer un calcul d'arbitrage. En effet, à des incertitudes liées à la présence de théorie ou d'hypothèses scientifiques contradictoires, ou encore d'appréciations subjectives divergentes d'experts, il ne peut guère être associées de probabilités objectives. Jusqu'à présent, les réflexions en cours n'ont pas permis de concevoir des outils convaincants permettant de rendre opérationnel le Principe de précaution.

Ainsi, d'un côté, se diffuse sur le terrain médiatique une interprétation radicale et dommageable du Principe de précaution. De l'autre, malgré les efforts de recherche entrepris, notamment à l'instigation de la Communauté Européenne[2], le Principe de précaution comme principe proportionné d'action n'a pas encore abouti à des procédures opérationnelles. Comme le dit B. Latour (*Le Monde* du 3 Janvier 2000),

"En banalisant le principe de précaution, nous raterions la chance de penser enfin la politique en situation d'incertitude scientifique".

L'objectif du chapitre est d'étudier le coût de rater cette chance. Le lecteur ne doit donc pas s'attendre à ce que nous proposions des pistes pour traiter des incertitudes scientifiques mais à une analyse de la situation présente. D'une part, nous présentons une formalisation du comportement d'un décideur public correspondant au Principe de précaution dans sa forme radicale. D'autre part, nous comparons les décisions prises avec ce qu'une application "proportionnée" du Principe de précaution pourrait donner. Le point de départ est donc de développer une analyse positive du comportement d'un décideur public. Nous développons cette analyse dans une situation très simple où il s'agit d'arbitrer entre développement économique et précaution.

Le choix a un impact sur le stock de capital et le stock de pollution. Il y a une incertitude sur l'intensité des dommages induits par la pollution. Deux hypothèses sont en concurrence. Conditionnellement à l'une ou l'autre hypothèse, la décision optimale qui maximise l'utilité collective est différente. Nous supposons donc que dans le certain, nous disposons d'une fonction d'utilité collective qui agrége les préférences des agents. Malheureusement, comme il s'agit d'incertitude scientifique, les agents n'ont pas, faute de compétences scientifiques, d'opinion sur cette incertitude et sont en fait incapables d'exprimer de préférences dans l'incertain. Etant donnée cette incomplétude des préférences individuelles, la définition d'une fonction d'utilité collective dans l'incertain est délicate. C'est tout l'enjeu des recherches en cours. Par contre, nous supposons que les agents adhèrent à la logique de la responsabilité "morale" : ils condamnent réotractivement les décisions prises sur la base des

[2] "Communication from the Commission on the precautionary principle", Commission of the European Communities, 2000.

connaissances scientifiques acquises depuis. Notre modélisation du comportement du décideur public est alors la suivante. Son objectif est d'assurer sa reélection. S'il existait une fonction d'utilité collective, il réaliserait son objectif de reélection en maximisant cette fonction d'utilité collective. Faute de fonction d'utilité collective par rapport à laquelle il pourrait faire comme s'il était un décideur bienveillant, il s'inquiète de cette responsabilité "morale". Nous supposons en effet, que le décideur public sait que, d'ici la date de la prochaine élection, les recherches auront permis de trancher entre les deux hypothèses en présence et qu'à l'élection, c'est sur son bilan jugé rétroactivement qu'il sera réelu. A titre personnel, étant correctement informé en tant que décideur public, il a des probabilités subjectives mesurant ces degrés de croyances respectives[3] dans les hypothèses en présence. Il cherche alors à maximiser sa probabilité de réelection ce qui nous conduit à proposer que c'est comme s'il *minimisait l'espérance de regret* des agents.

Quoi qu'il décide, il risque en effet toujours un risque de regret : être "condamné" pour avoir agi précautionneusement et pour avoir bloqué le développement économique s'il s'avère qu'en fait le risque était faible, être "condamné" pour avoir laissé faire s'il s'avère qu'en fait le risque était fort. Cette formalisation est discutable. On pourrait en effet arguer que le décideur a les moyens d'éviter la vindicte populaire en se protégeant derrière les avis d'experts tel par exemple dans le domaine sanitaire, l'avis de l'AFSSA. Mais justement, la création de telles agences indépendantes sensées organiser l'expertise est là pour restaurer la confiance dans la décision publique et participe de la mise en place du Principe de précaution dans sa version non radicale. Aussi comme hypothèse d'école, supposons nous que le décideur public ne peut se protéger, aux yeux du public, derrière les avis d'experts. C'est ce qui s'est passé pour l'affaire du sang contaminé.

[3]En faisant l'hypothèse que le décideur traite son problème de décision avec des probabilités subjectives, nous supposons implicitement qu'il ne présente pas d'aversion à l'ambiguïté pour ses choix personnels. On aurait pu tout aussi bien supposer une aversion à l'ambiguïté en considérant qu'il traite le problème avec une famille de distributions de probabilité. Mais cela ne modifierait pas les résultats.

Ceci constitue donc le modèle positif de représentation de la décision publique correspondant au Principe de précaution dans sa forme radicale. A contrario, nous précisons un critère de décision publique susceptible de correspondre à ce qui pourrait être la seconde version du Principe de précaution, une version proportionnée. Ceci nous permet de comparer les décisions prises respectivement. Une différence importante est notamment que les dates d'arrivée d'information et de reélection modifient le comportement du décideur contrairement à la seconde version du Principe de précaution.

Le chapitre est organisé comme suit. Dans la deuxième section, nous présentons le modèle. Dans la section suivante, nous présentons et discutons les résultats. Dans la dernière section, nous concluons par des considérations sur le passé et l'avenir du Principe de précaution.

1 Le modèle

1.1 Le problème de décision

Nous considérons un problème de décision publique intertemporel où il y a une arbitrage entre accumulation de capital et de pollution. Le modèle est un modèle linéaire très simple. A chaque période t, un choix $x_t \in \{0; a\}$ avec $a > 0$, doit être réalisé. Ce choix a un impact sur le stock de capital K_t et sur le stock de pollution S_t. On considère que $K_t = x_t + \alpha K_{t-1}$ et $S_t = x_t + \delta S_{t-1}$ avec $0 < \alpha, \delta < 1$. α et δ sont respectivement les taux d'accumulation du capital et de survie de la pollution.

Le bien-être social instantané est donné par

$$u_t = [uK_t - \theta S_t]$$

avec u l'utilité par unité de stock de capital et θ le dommage par unité de stock de pollution.

Lorsqu'il n'y a pas d'incertitude scientifique, c'est-à-dire lorsque θ est connu précisément, le bien-être social intertemporel à la date t est la somme actualisée des utilités instantanées futures :

$$U_t = \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau} u_{\tau} = \frac{uK_t}{1-\alpha\beta} - \frac{\theta S_t}{1-\delta\beta} + \left(\frac{u}{1-\alpha\beta} - \frac{\theta}{1-\delta\beta}\right)\left[\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} x_{\tau}\right]$$

avec $0 \leq \beta \leq 1$ le taux d'escompte, K_t et S_t les niveaux à la date t du stock de capital et de pollution.

A la date $t = 0$, il existe une incertitude sur la valeur des dommages induits par la pollution, i.e. la valeur de θ est inconnue. L'idée est que deux hypothèses s'opposent : l'une conduit à une estimation optimiste $\underline{\theta}$ du dommage et l'autre à une estimation pessimiste $\overline{\theta}$. Par conséquent deux valeurs sont possibles : $\theta \in \{\underline{\theta}, \overline{\theta}\}, \underline{\theta} < \overline{\theta}$.

Nous considérons que les préférences collectives sont incomplètes en situation d'incertitude : il n'y a pas de fonction d'utilité collective. Nous avons dans l'introduction, justifié cette hypothèse par la nature même de cette incertitude : défaut de compétence et d'information scientifique des agents pour se former une opinion sur la pertinence des hypothèses respectives[4]...

De ce fait, on ne dispose pas de l'expression du bien-être social intertemporel en situation d'incertitude, d'une fonction d'utilité sociale qu'un décideur politique bienveillant maximiserait.

Nous introduisons l'hypothèse suivante.

Hypothèse 1 $\frac{\underline{\theta}}{1-\delta\beta} < \frac{u}{1-\alpha\beta} < \frac{\overline{\theta}}{1-\delta\beta}$

Sous cette hypothèse, le choix est controversé : le choix optimal diffère selon la vraie valeur de θ. En effet, si $\theta = \underline{\theta}$, alors le bien-être social est maximal pour $x_t = a$ quel que soit t, alors que si $\theta = \overline{\theta}$, le bien-être social est maximal avec $x_t = 0$ quel que soit t.

On dira que le choix $x_t = 0$ est *plus précautionneux* que le choix $x_t = a$ dans la mesure où l'utilité intertemporelle minimum[5] induite par 0 est supérieure à celle induite par a.

[4] L'amateur qui s'intéresse aux recherches scientifiques dans le problème du réchauffement climatique doit certainement considérer la question comme horriblement complexe.

[5] Minimum calculé par rapport aux deux hypothèses en présence.

1.2 Le principe de précaution banalisé : prudence du décideur public face au risque de condamnation morale

En employant le terme “principe de précaution banalisé”, on fait référence à la terminologie de B.Latour (*Le Monde* du 3.1.2000).

Faute d'être contraint, pour conserver le pouvoir, par la maximisation du bien être social, nous supposons que le décideur public cherche à se garantir contre une condamnation future de son bilan au moment de son retour devant ses électeurs. Nous avons justifié en introduction, le fait que sa réelection se jouera sur un jugement rétroactif de ces décisions passées. Plus spécifiquement, nous formalisons son critère de choix de la façon suivante.

Le décideur politique doit décider des choix $(x_0, ..x_t, ..x_{T-1})$ entre la date $t = 0$ initiale et la date $T - 1$ qui est la dernière période avant la prochaine élection qui se tiendra à la date T. Nous supposons qu'à la date $T^* < T$, les recherches scientifiques auront permis d'acquérir une certitude sur la bonne hypothèse et donc sur la vraie valeur de θ. De ce fait, de la période T^* à la période $T - 1$, il effectuera les choix en accord avec l'information reçue. Il choisira donc $x_t = a$ si $\theta = \underline{\theta}$, et $x_t = 0$ si $\theta = \overline{\theta}$. Son problème porte donc sur les choix $(x_0, ..x_t, ..x_{T^*-1})$. Nous supposons que pour tout $t \leq T^* - 1$ il doit s'astreindre à conserver la décision initialement prise x_0. Nous supposons en effet qu'il est impossible politiquement de varier dans ses choix d'une date à l'autre car il doit adopter une communication *médiatiquement* cohérente. Il peut, pour justifier le choix $x_t = a$, invoquer le fait que le scénario du pire n'est pas sûr, qu'il n'est pas scientifiquement prouvé que $\theta = \overline{\theta}$. A l'inverse, pour justifier le choix $x_t = 0$, il peut “invoquer le *Principe de précaution*”. Changer de choix d'une période sur l'autre est impossible à justifier.

A la date T, le décideur politique sera donc réélu sur la base de ses choix passés. Sa politique pourra être jugée insatisfaisante par l'opinion publique s'il a adopté des mesures trop précautionneuses alors que la vraie valeur de θ s'est avérée être $\underline{\theta}$ ou bien s'il a adopté des mesures trop peu précautionneuses si la vraie valeur de

θ s'est avérée au contraire être $\overline{\theta}$. Nous mesurons cette insatisfaction par un *regret* que nous estimons être la différence entre le bien-être social intertemporel réel à la date T et le bien-être social intertemporel maximal qui aurait pu être atteint. On note ce regret $R_{\underline{\theta}}$ lorsque le décideur politique a effectué le choix $x_t = 0$ de $t = 0$ à $t = T^* - 1$ alors que la vraie valeur de θ connue en T^* est $\underline{\theta}$ et $R_{\overline{\theta}}$ quand au contraire le décideur politique a effectué le choix $x_t = a$ de $t = 0$ à $t = T^* - 1$ alors que la vraie valeur de θ est $\overline{\theta}$. Calculons analytiquement ces regrets.

– Lorsque $\theta = \underline{\theta}$, le bien être social maximal à la date T est obtenu pour un choix $x_t = a$ de $t = 0$ à $t = \infty$, et vaut donc

$$\frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\alpha^T K_0 + \sum_{\tau=0}^{T-1} \alpha^{T-\tau} a\right] - \frac{\underline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\delta^T S_0 + \sum_{\tau=0}^{T-1} \delta^{T-\tau} a\right] + \left(\frac{u}{1-\alpha\beta} - \frac{\underline{\theta}}{1-\delta\beta}\right)\left[\sum_{\tau=T}^{\infty} \beta^{\tau-T} a\right]$$

Si le décideur politique a effectué le choix $x_t = 0$ de $t = 0$ à $t = T^* - 1$ puis $x_t = a$ ensuite, le bien-être social intertemporel réel à la date T est égal à

$$\frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\alpha^T K_0 + \sum_{\tau=T^*}^{T-1} \alpha^{T-\tau} a\right] - \frac{\underline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\delta^T S_0 + \sum_{\tau=T^*}^{T-1} \delta^{T-\tau} a\right] + \left(\frac{u}{1-\alpha\beta} - \frac{\underline{\theta}}{1-\delta\beta}\right)\left[\sum_{\tau=T}^{\infty} \beta^{\tau-T} a\right]$$

La différence nous donne le regret $R_{\underline{\theta}}$:

$$R_{\underline{\theta}} = \frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1} \alpha^{T-\tau} a\right] - \frac{\underline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1} \delta^{T-\tau} a\right]$$

– Lorsque $\theta = \overline{\theta}$, le bien être social maximal à la date T est obtenu pour un choix $x_t = 0$ de $t = 0$ à $t = \infty$, et vaut donc

$$\frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\alpha^T K_0\right] - \frac{\overline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\delta^T S_0\right]$$

Si le décideur politique a effectué le choix $x_t = a$ de $t = 0$ à $t = T^* - 1$ puis $x_t = 0$ ensuite, le bien-être social intertemporel réel à la date T est égal à

$$\frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\alpha^T K_0 + \sum_{\tau=0}^{T^*-1} \alpha^{T-\tau} a\right] - \frac{\overline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\delta^T S_0 + \sum_{\tau=0}^{T^*-1} \delta^{T-\tau} a\right]$$

La différence nous donne le regret $R_{\overline{\theta}}$:

$$R_{\overline{\theta}} = -\frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1} \alpha^{T-\tau} a\right] + \frac{\overline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1} \delta^{T-\tau} a\right]$$

Nous posons comme hypothèse supplémentaire que, pour le décideur politique, ces chances d'être réélu décroissent linéairement avec le regret qu'auront ces électeurs par rapport à sa politique passée à la date de l'élection.

Nous supposons également que le décideur politique a des probabilités subjectives sur les valeurs de θ et on note p la probabilité que $\theta = \underline{\theta}$.

Son objectif étant de maximiser sa probabilité de réelection, le décideur politique va chercher à minimiser l'espérance de regret de ses électeurs.

S'il décide de choisir la précaution, c'est à dire $x_t = 0$, $\forall t = 0, ..., T^* - 1$ il estime qu'avec probabilité p le regret sera $R_{\underline{\theta}}$ et avec probabilité $1 - p$, qu'il sera nul.

Si au contraire, il choisit $x_t = a$, $\forall t = 0, ..., T^* - 1$, alors l'espérance de regret sera $(1-p)R_{\overline{\theta}}$. Son choix sera le suivant : $x_t = 0$ si $(1-p)R_{\overline{\theta}} > pR_{\underline{\theta}}$ et $x_t = a$ si $pR_{\underline{\theta}} > (1-p)R_{\overline{\theta}}$. On voit que le choix sera en faveur de la précaution si la valeur suivante est positive :

$$(1-p)R_{\overline{\theta}} - pR_{\underline{\theta}} > 0$$

c'est-à-dire

$$\frac{p\underline{\theta} + (1-p)\overline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1} \delta^{T-\tau} a\right] - \frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1} \alpha^{T-\tau} a\right] > 0$$

1.3 Une formulation proportionnée du principe de précaution

Les 2 hypothèses sont prises en compte d'une manière symétrique, non pas au sens d'une pondération équiprobable mais au sens qu'il n'y a pas une hypothèse qui serait prioritaire (par exemple, lexicographiquement). On considère que l'on dispose d'un ensemble de probabilités subjectives d'experts. Formellement, nous supposons que la probabilité de $\underline{\theta}$ est estimée appartenir à l'intervalle $[\underline{\pi}, \overline{\pi}]$.

Nous supposerons que s'il existait un critère de décision publique, il prendrait la forme d'une maximisation du minimum de l'espérance de l'utilité collective calculée par rapport cette famille de distributions de probabilité (cf chapitre 2, cas d'incertitude partielle).

Vue la linéarité du problème, il s'agit de voir si selon le critère introduit, la décision $x_0 = 0$ est meilleure que la décision $x_0 = a$. S'il en est ainsi, alors la politique optimale est de faire $x_t = 0$ entre $t = 0$ et $t = T^* - 1$, jusqu'à l'arrivée d'information. Le minimum de l'espérance de l'utilité pour $x_t = 0$ est nul alors que le minimum de l'espérance de l'utilité pour $x_t = a$ est atteint pour la probabilité $\pi = \underline{\pi}$ et vaut

$$\frac{a.u}{1-\alpha\beta} - \frac{\underline{\pi\theta} + (1-\underline{\pi})\overline{\theta}}{1-\delta\beta}$$

En fait, dans ce problème où il y a une "mauvaise hypothèse", ce critère revient à pratiquer un calcul d'espérance selon la probabilité $\underline{\pi}$. Par conséquent, la précaution ($x_t = 0$, $\forall t = 0, ..., T^* - 1$) est le choix optimal si

$$\frac{\underline{p\theta} + (1-p)\overline{\theta}}{1-\delta\beta} > \frac{u}{1-\alpha\beta}$$

2 Le choix de la précaution

Dans cette section, nous comparons les décisions respectives obtenues selon les deux critères. Tout d'abord, nous étudions les éléments qui conduisent à des décisions plus précautionneuses.

2.1 Les paramètres en faveur de la précaution

Les deux critères de décisions introduits ci-dessus tiennent compte d'éléments communs. La proposition suivante indique l'influence de la valeur de quelques paramètres sur la décision prise, ceci *quel que soit le critère de décision* utilisé. Nous dirons qu'une variation du paramètre induit un choix "plus précautionneux" si cette variation conduit éventuellement au basculement de la décision a vers la décision 0.

Proposition 1 *Quel que soit le critère de choix, les variations suivantes induisent un choix "plus précautionneux"*

- *un accroissement du taux δ de stockage de la pollution,*
- *une diminution du taux α d'accumulation du capital,*
- *lorsque $\delta > \alpha$, une augmentation du taux d'actualisation β,*

Preuve

Le décideur public choisit la précaution si et seulement si

$$\frac{p\underline{\theta} + (1-p)\overline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\delta^{T-\tau}a\right] - \frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\alpha^{T-\tau}a\right] \geq 0$$

Il est facile de voir que l'expression

$$\frac{p\underline{\theta} + (1-p)\overline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\delta^{T-\tau}a\right] - \frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\alpha^{T-\tau}a\right]$$

est croissante avec δ et décroissante avec α. Par ailleurs, lorsque $\delta > \alpha$ et lorsque

$$\frac{p\underline{\theta} + (1-p)\overline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\delta^{T-\tau}a\right] - \frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\alpha^{T-\tau}a\right] \geq 0$$

l'expression est croissante avec β. Par conséquent, là aussi le basculement ne peut se faire que vers un choix plus précautionneux.

De même, le second critère conduit au choix de la précaution si et seulement si

$$\frac{\underline{\pi}\theta + (1-\underline{\pi})\overline{\theta}}{1-\delta\beta} \geq \frac{u}{1-\alpha\beta}$$

Des arguments similaires permettent d'obtenir le résultat. ■

Ces résultats sont très intuitifs. Ils permettent d'éclairer certaines évolutions dans les décisions de ces dernières années. En effet, on peut suggérer que le souci d'être plus précautionneux vient d'une modification de la nature des problèmes à traiter.

Par exemple, on peut estimer que les problèmes de pollution actuels ont des effets temporels plus marqués qu'auparavant ou encore, on s'aperçoit que l'on avait sous-estimé le taux de stockage des polluants. Les émissions des usines, depuis longtemps sujet de préoccupation, concernent principalement une pollution de l'air locale ; elles se dissipent en quelques heures ou quelques jours alors que les émissions de gaz à effet de serre, sujet de préoccupation plus récent, mettent des années à être absorbées totalement par les océans. La résorption de la pollution d'une nappe phréatique ou d'une mer prend beaucoup plus de temps que celle d'une rivière. Pour les OGM, il s'agit d'arbitrer entre deux risques. D'un côté, les OGM permettent de diminuer l'usage des pesticides. D'un autre, il y a un risque de dissémination définitive des gènes des OGM. Tous ces exemples semblent indiquer que la dimension temporelle des risques change. Pour la couche d'ozone, Mégie 1997 indique même que l'on a des phénomènes non linéaires[6], "*l'ampleur de la perturbation due aux activités humaines a été telle qu'elle a profondément modifié les équilibres stratosphériques, faisant apparaître du fait de la croissance rapide, près de 6% par an en moyenne, du chlore d'origine anthropique dans la stratosphère, des processus chimiques entièrement nouveaux [...]*"). Dans ce problème, "*lorsque la perturbation dépasse un certain seuil, la réponse du système atmosphérique peut brusquement s'amplifier sous l'effet de processus nouveaux qui n'existent justement que parce que ce seuil a été atteint*", il s'agit en quelque sorte d'effets boule de neige. On peut donc suggérer que le besoin d'énoncer un Principe de précaution s'est trouvé renforcé par l'observation de taux de stockage δ aux valeurs plus élevées que celles observées auparavant.

[6]MEGIE G. (1997) : "Incertitude scientifique et décision politique : le cas "historique" de l'ozone stratosphérique.", in Godard (1997).

De même, on peut estimer qu'il y a un souci plus grand des générations futures. L'explication de ce plus grand intérêt vient notamment du fait que la croyance dans le progrès économique et dans le fait que quoi qu'il arrive, nos enfants ou petits-enfants auront un bien-être supérieur au nôtre, n'est plus si assurée, ce qui justifie une augmentation du taux d'actualisation β.

Si l'on accepte cette analyse évolutionnaire, alors on a là une explication de la raison de l'apparition du Principe de précaution.

2.2 Divergence des choix

Etudions maintenant plus précisément les différences de décisions entre les deux critères. Une première différence importante tient dans le fait que la décision du décideur public est influencée par la date de la future élection (T) et par la date d'arrivée de l'information (T^*), éléments qui n'ont aucune importance pour le second critère (qui correspond à la formulation proportionnée du Principe de précaution).

Proposition 2 *Lorsque le taux de stockage de la pollution est supérieur au taux d'accumulation du capital, $\delta > \alpha$, les variations suivantes induisent un choix "plus précautionneux" du décideur public*

- *le recul de la date T de la future élection,*
- *le rapprochement de la date T^* d'arrivée d'information.*

Preuve

Supposons que pour une date d'élection T, le décideur public choisisse la précaution, i.e on a :

$$\frac{p\underline{\theta} + (1-p)\overline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\delta^{T-\tau}a\right] - \frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\alpha^{T-\tau}a\right] \geq 0$$

Considérons $T' > T$.

$$\frac{p\underline{\theta} + (1-p)\overline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\delta^{T'-\tau}a\right] - \frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\alpha^{T'-\tau}a\right]$$

$$= \delta^{T'-T}\left(\frac{p\underline{\theta}+(1-p)\overline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\delta^{T'-\tau}a\right]\right)-\alpha^{T'-T}\left(\frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\alpha^{T'-\tau}a\right]\right)$$

Puisque $\delta > \alpha$, cette reécriture montre que

$$\frac{p\underline{\theta}+(1-p)\overline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\delta^{T'-\tau}a\right]-\frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\alpha^{T'-\tau}a\right]\geq 0$$

Par conséquent, on est sûr que si la date de l'élection est plus éloignée et si initialement la décision était précautionneuse, alors elle reste précautionneuse. le seul basculement possible est donc d'une décision non précautionneuse vers une décision précautionneuse.

Supposons que pour une date d'arrivée de l'information T^*, le décideur public choisisse la précaution, i.e on a :

$$\begin{aligned}\frac{p\underline{\theta}+(1-p)\overline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\delta^{T-\tau}a\right]-\frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\alpha^{T-\tau}a\right] &\geq 0\\ &\Leftrightarrow\\ \frac{\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\delta^{T-\tau}a\right]}{\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\alpha^{T-\tau}a\right]} &\geq \frac{\frac{u}{1-\alpha\beta}}{\frac{p\underline{\theta}+(1-p)\overline{\theta}}{1-\delta\beta}}\end{aligned}$$

Or on peut montrer que $\delta > \alpha$ implique que

$$\frac{\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\delta^{T-\tau}a\right]}{\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\alpha^{T-\tau}a\right]}$$

est décroissant lorsque l'on fait croître T^*. Par conséquent, puisque pour $T'^* > T^*$ on a

$$\frac{\left[\sum_{\tau=0}^{T'^*-1}\delta^{T-\tau}a\right]}{\left[\sum_{\tau=0}^{T'^*-1}\alpha^{T-\tau}a\right]}\geq\frac{\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\delta^{T-\tau}a\right]}{\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\alpha^{T-\tau}a\right]}$$

on a donc aussi

$$\frac{p\underline{\theta}+(1-p)\overline{\theta}}{1-\delta\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\delta^{T-\tau}a\right]-\frac{u}{1-\alpha\beta}\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1}\alpha^{T-\tau}a\right]\geq 0$$

ce qui indique que le décideur public choisit également la précaution lorsque la date d'arrivée d'information est plus proche. ■

Ces résultats montrent que des considérations électorales particulières jouent dans les décisions publiques. En effet, il ne s'agit pas pour le décideur public de se faire élire en proposant un programme qui satisfait le plus grand nombre, ce qui correspond à des considérations électorales normales. Là au contraire, le décideur politique anticipe dans quel état sera l'opinion publique au moment de juger son bilan à la prochaine élection. Si cette élection est lointaine, il sait que les effets positifs du capital s'étant dissipés plus vite que ceux de la pollution, ses électeurs risquent de se souvenir uniquement de la pollution créee. A contrario, cette perte de mémoire sera moins forte si la date d'arrivée d'information est proche de la date d'élection. Quelle est la pertinence empirique de ces résultats ? Peut être assez bonne !

Par exemple, lors du débat sur le quinquennat, certains indiquaient que le septennat permettait de prendre des décisions plus courageuses. Gardons nous toutefois de considérer qu'un long mandat est nécessairement une bonne chose. Nous verrons que les prochains résultats militent pour une lecture inverse.

On peut évoquer également la crise de l'essence en septembre 2000, où le gouvernement Jospin, à 20 mois des élections présidentielles, a annulé l'augmentation de la fiscalité du diesel. Plus récemment encore, la Commission européenne a proposé fin mai 2002 un "plan drastique de protection des ressources halieutiques [...] et un programme brutal de mise à la casse de milliers de bateaux [...] ce qui a provoqué un bronca de protestations" (les pêcheurs bretons protestent contre ce plan...). En pleines élections législatives, la France s'est opposée de "manière vigoureuse aux initiatives de Bruxelles" (Le Monde, 11/06/02). On peut se demander si dans un autre contexte électoral, malgré l'incertitude sur la dynamique de regénération des stocks de poissons, les propositions de la Commission européenne n'aurait pas été soutenues par le gouvernement français.

Dans le cas où l'arrivée d'information ne se produit qu'après la future élection, notre modèle est muet sur la décision qui pourrait être prise. Il nous semble toutefois, qu'il est logique que la décision prise ne soit pas celle de la précaution. En effet, si l'incertitude sur les niveaux des externalités négatives dues à la pollution perdure, c'est qu'en fait ces externalités se produisent sans qu'elles soient observables. C'est par exemple le fait que jusqu'à ces dernières années, en l'absence d'études épidémiologiques, des cancers du poumon, des insuffisances respiratoires étaient comptabilisées sans que l'on puisse les attribuer avec une certaine confiance, aux émissions de particules fines par les véhicules diesels. Puisque ces externalités se produisent de manière silencieuse pendant tout le mandat du décideur public, on peut penser qu'au moment de l'élection, les électeurs ne jugent que des aspects positifs produits par l'accumulation de capital. Le réchauffement climatique, l'évolution et les effets de la *caulerpa taxifolia*, sont typiquement des problèmes où on s'attendait (au milieu des années 90) à n'obtenir d'informations qu'à long terme et il faut bien observer que peu de choses ont été faites.

Venons en maintenant plus spécifiquement à la divergence entre les décisions prises selon les deux critères. En effet, selon la valeur des paramètres du problème de décision, les décisions prises selon les critères peuvent coïncider ou non. La mesure du coût annoncé dans le titre de l'article que nous proposons est une mesure d'un taux de mauvaise décision prise par le décideur public. Définissons ce taux. Tout d'abord, nous poserons $p = \underline{\pi}$ pour que la divergence des choix ne soit pas due à une différence entre les probabilités utilisées dans les deux critères. Pour p proche de 1, les deux critères coïncideront sur un choix non précautionneux et inversement, pour p proche de 0, les deux critères coïncideront sur la précaution. Par contre, il existe potentiellement un intervalle $[p^*, p^{**}]$ sur lequel les choix divergent. La mesure de divergence que nous retenons est l'écart $\Lambda = p^{**} - p^*$. Implicitement, si l'on suppose une loi uniforme sur $[0, 1]$ pour le tirage de p, Λ s'interprète comme le pourcentage de mauvaises décisions prises par le décideur public. Par delà l'arbitraire de la mesure proposée, ce qui est intéressant est d'étudier la statique comparative. On examinera également si le biais de divergence est en faveur de la précaution (sur l'intervalle $[p^*, p^{**}]$, le décideur public fait de la précaution alors que le Principe de précaution proportionné conduit à une décision non précautionneuse) ou en défaveur de la précaution.

Proposition 3 *Lorsque le taux de stockage de la pollution est supérieur au taux d'accumulation du capital, $\delta > \alpha$,*

- *le décideur public est biaisé en faveur de la précaution,*
- *le biais de divergence décroît lorsque β ou T^* augmentent, il s'accroît lorsque T augmente*

Preuve

Le décideur public fait un choix de précaution si et seulement si

$$p \leq \frac{\overline{\theta} - \frac{1-\delta\beta}{1-\alpha\beta} \frac{\left[\sum\limits_{\tau=0}^{T^*-1} \alpha^{T-\tau} a\right]}{\left[\sum\limits_{\tau=0}^{T^*-1} \delta^{T-\tau} a\right]} u}{\overline{\theta} - \underline{\theta}}$$

alors que selon le critère proportionné, le choix est en faveur de la précaution si et seulement si

$$p \leq \frac{\overline{\theta} - \frac{1-\delta\beta}{1-\alpha\beta} u}{\overline{\theta} - \underline{\theta}}$$

Pour $\delta > \alpha$, on a donc

$$\frac{\overline{\theta} - \frac{1-\delta\beta}{1-\alpha\beta} \frac{\left[\sum\limits_{\tau=0}^{T^*-1} \alpha^{T-\tau} a\right]}{\left[\sum\limits_{\tau=0}^{T^*-1} \delta^{T-\tau} a\right]} u}{\overline{\theta} - \underline{\theta}} \geq \frac{\overline{\theta} - \frac{1-\delta\beta}{1-\alpha\beta} u}{\overline{\theta} - \underline{\theta}}$$

et par conséquent en posant

$$p^* = \frac{\overline{\theta} - \frac{1-\delta\beta}{1-\alpha\beta} u}{\overline{\theta} - \underline{\theta}}$$

et

$$p^{**} = \frac{\overline{\theta} - \frac{1-\delta\beta}{1-\alpha\beta} \frac{\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1} \alpha^{T-\tau}\right]}{\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1} \delta^{T-\tau}\right]} u}{\overline{\theta} - \underline{\theta}}$$

pour $p \in [0, p^*]$, les deux critères coïncident en faveur de la précaution, $p \in [p^*, p^{**}]$, seul le décideur public est précautionneux et pour $p \in [p^{**}, 1]$ les deux critères coïncident en défaveur de la précaution.

Par conséquent

$$\Lambda = p^{**} - p^* = \frac{\frac{1-\delta\beta}{1-\alpha\beta} \left[1 - \frac{\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1} \alpha^{T-\tau}\right]}{\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1} \delta^{T-\tau}\right]}\right] u}{\overline{\theta} - \underline{\theta}}$$

Sous l'hypothèse $\delta > \alpha$, on observe que Λ est décroissant avec β. D'autre part, puisque $\frac{\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1} \alpha^{T-\tau}\right]}{\left[\sum_{\tau=0}^{T^*-1} \delta^{T-\tau}\right]}$ est décroissant avec T^* et croissant avec T, on a le résultat annoncé. ■

A l'inverse, lorsque le taux de stockage de la pollution est inférieur au taux d'accumulation du capital, $\delta < \alpha$ le décideur public est biaisé en défaveur de la précaution. Dans la discussion de la section précédente, nous discutions de l'évolution historique de l'estimation de δ dans les problèmes environnementaux en indiquant une tendance à un accroissement de celui-ci. En appliquant le résultat indiqué ici, cela suggère que, s'il y a 20 ou 30 ans, la tendance était à ne pas en faire assez en matière de précaution, au contraire maintenant, la tendance est plutôt à en faire trop.

Dans la proposition précédente, nous avions observé que le recul de la date T de la future élection et le rapprochement de la date T^* d'arrivée d'information conduisait à des choix plus précautionneux. Ce qu'indique le résultat obtenu ici, c'est que cette tendance à plus de précaution correspond à une augmentation du biais de divergence et donc de mauvaises décisions.

Conclusion

Le modèle présenté est bien entendu simpliste, tant par la forme très spécifique de la fonction objectif retenue que par l'analyse psychologique développée. Il aurait été plus réaliste d'analyser plus finement les paramètres psychologiques qui jouent dans l'évaluation du bilan de la politique du décideur public au moment de l'élection. Il faudrait notamment mieux prendre en compte les pertes de mémoire : se souvient-on de décisions prises en début de mandat ?

Ces critiques sur les manques de finesse du modèle proposé ne remettent toutefois pas en cause l'argument central du chapitre. Le point de départ est celui d'une opposition entre une responsabilité "logique" et une responsabilité "morale" ce que nous avons traduit comme une opposition entre une situation où les individus accepteraient de classer l'incertitude scientifique comme un aléa au même titre qu'un lancer de dé ou qu'un risque d'inondation et donc de se former des croyances, bases indispensables pour envisager l'élaboration d'un Principe de précaution proportionné et une situation où au contraire, les individus refusent de considérer l'incertitude scientifique au même rang que les autres incertitudes et refusent de porter la responsabilité d'une croyance. Pour mettre en oeuvre un bon Principe de précaution, il y a donc un besoin d'une évolution culturelle, celui d'étendre l'analyse de l'incertitude, avec des outils qui restent à élaborer, aux problèmes d'incertitude scientifique. Ne pas faire cet effort pédagogique a un coût, c'est ce que nous avons étudié avec l'analyse du biais de divergence. Ce biais de divergence pourrait avoir une traduction observable concrète dans des divergences de décision entre pays. On peut craindre par exemple, que la France soit culturellement "en retard" sur des pays anglo-saxons ou nordiques.

Deuxième partie

Incertitude, Irréversibilité et Précaution

Chapitre 4

Incertitude, Irréversibilité et Information

Introduction

Les conséquences de nos actions sur l'environnement ne se manifestent pas immédiatement, mais dans des dizaines voire des centaines d'années. Qui sait quelles seront les avancées de la science pendant cette période ? Même si on ne peut prévoir les découvertes futures, la perspective de l'arrivée d'information ne peut nous laisser indifférents lors de la prise des décisions environnementales. Dans les chapitres précédents (chapitres 1 et 2), on a centré l'analyse sur l'incertitude présente dans les problèmes environnementaux. Même si c'est un aspect fondamental de ce type de problèmes, il est loin de décrire complètement ces problèmes environnementaux. Il existe d'autres aspects liés essentiellement à l'aspect temporel du paradigme environnemental.

Une caractéristique essentielle de ces problèmes, qui s'inscrit dans cet aspect temporel, sont les phénomènes d'irréversibilité. L'importance de la prise en compte des irréversibilités n'a pas toujours été acceptée par les économistes. Au début des années 70, Fisher et Krutilla mettent en avant dans une série d'articles que l'importance des irréversibilités[1]. Deux types de réponses (contradictoires) leur sont alors

[1] Fisher évoque l'accueil, fait par les économistes, des irréversibilités en économie de l'environnement (Fisher, 2000).

apportés de la part des économistes : tout est irréversible en ce sens que le temps "does not run backwards", rien n'est irréversible en ce sens que les conséquences de n'importe quelle décision peuvent être renversées étant donné une application suffisante de technique et d'inputs de ressources classiques[2]. Dans le cas improbable où la décision n'est pas techniquement réversible, elle devrait au moins être économiquement réversible, en ce sens que d'autres biens ou ressources pourraient être trouvés pour compenser dans la consommation la perte de l'environnement naturel[3]. Le point de vue dominant des économistes à l'époque est que les irréversibilités sont une boîte "vide". Pour défendre son point de vue et convaincre de l'existence des irréversibilités, Fisher donne alors un exemple. Il évoque le projet de barrage sur le Colorado dans le grand Canyon dans les années 60-70. Sa réalisation aurait engendré des pertes permanentes (impossibilité technique de restaurer l'environnement d'avant le projet) et les préférences des individus pour les attributs environnementaux étaient telles qu'il n'existait pas forcément de bon substitut.

Les perceptions des économistes ont aujourd'hui changé, l'exemple du barrage est toujours pertinent. En outre, des problèmes supplémentaires importants se posent par rapport à l'environnement, qui font que les irréversibilités sont vraiment importantes : la conservation de la biodiversité, le changement climatique...

Les problèmes environnementaux sont bien caractérisés aujourd'hui par de l'incertitude, de l'information et des irréversibilités.

Ces caractéristiques modifient le contexte décisionnel. Elles vont modifier les décisions. Pendant longtemps l'information future n'a pas été prise en compte dans l'évaluation des décisions (analyse coûts-bénéfices traditionnelle). Or la théorie de la décision nous enseigne qu'elle est importante : il faut prendre des mesures dès aujourd'hui justement en prévision de l'acquisition d'information future. L'information joue un rôle essentiel.

[2] "conventional resource inputs"

[3] "other goods or resources might be found to *substitute* in consumption for the lost natural environment"

C'est à des auteurs tels qu'Henry (1974) ou Arrow-Fisher (1974) que l'on doit l'analyse de l'impact de l'arrivée d'information sur les choix optimaux dans un contexte d'incertitude et d'irréversibilité. Leurs travaux ont donné naissance au concept "d'effet irréversibilité". Il s'énonce ainsi : "*à une structure d'information plus fine, doit être associée une décision* (optimale) *moins irréversible*". Cela nous enseigne que l'anticipation de recevoir de l'information doit conduire un décideur à adopter dès aujourd'hui des décisions moins irréversibles. Une littérature conséquente s'est ensuite développée. Contrairement aux modèles d'Arrow-Fisher et Henry, l'effet irréversibilité n'est plus nécessairement vérifié dans des modèles plus généraux.

Nous proposons dans ce chapitre 4 de faire le point sur cette littérature en essayant de faire une étude critique[4].

Le cadre retenu par cette littérature est le cadre bayésien[5] : le décideur est supposé muni d'une distribution de probabilité sur les événements. Or, cette approche est discutable pour le domaine de l'environnement. Ce sera l'objet du chapitre 5 que de réexaminer ces modèles dans un cadre non bayésien.

"L'effet irréversibilité" mêle en fait 3 concepts importants -l'irréversibilité, l'incertitude et l'information- puisqu'il s'agit d'analyser l'impact de l'information sur les choix optimaux en situation d'incertitude et en présence d'irréversibilités (il correspond à un exercice de statique comparative). Pour étudier cet effet, il faut donc poser le problème de décision et exposer la représentation de l'irréversibilité, de l'incertitude et de l'information. Il faudra ensuite résoudre le problème de décision, puisque l'effet irréversibilité analyse les propriétés des décisions optimales. Nous pourrons ensuite analyser les résultats apportés par la littérature.

L'articulation du chapitre est la suivante. Nous discutons dans une première section la notion d'irréversibilité. Nous exposons dans une deuxième section le problème de décision, assez général pour inclure les principaux travaux de la littérature. Cette étape nous permet ensuite de définir et caractériser le concept d'effet irréversibi-

[4]Il existe des synthèses sur l'effet irréversibilité, nous pensons à celle de Graham-Tomasi (1995).
[5]hormis l'article de Lange (2000)

lité. Ensuite, nous présentons l'article d'Epstein (1980) qui a permis d'établir des conditions sous lesquelles "l'effet irréversibilité" est vérifié, nous analysons alors les différentes applications qui en ont été faites et les résultats obtenus. Enfin, nous étudions les différents raffinements proposés des 3 caractéristiques et leurs implications dans l'étude de "l'effet irréversibilité".

1 Les irréversibilités

La littérature que nous étudions a retenu une définition particulière des irréversibilités. C'est une irréversibilité relative à l'ensemble de *choix*. Or, il existe aussi, comme nous allons le voir, des irréversibilités relatives à l'ensemble des *conséquences*.

1.1 L'irréversibilité des choix

Le décideur fait ses choix de première et deuxième période dans les ensembles suivants. C_1 : ensemble de choix de première période, $C_2(x_1)$: ensemble de choix de deuxième période contingent aux décisions de première période x_1 ($C_2 = \bigcup_{x_1} C_2(x_1)$). L'irréversibilité se définit par rapport aux décisions de première période x_1.

Définition 1 Une *décision* x_1 est *irréversible* si $C_2(x_1) \subsetneq C_2$

Une décision de première période est irréversible si elle restreint strictement l'ensemble des choix futurs disponibles.

Dans les termes d'Henry(1974) : *"une décision est considérée comme irréversible si elle réduit de manière significative pour une longue période l'ensemble de choix possibles dans le futur."* Il est supposé généralement que l'ensemble des choix futurs coïncide avec celui des choix de première période ($C_2 = C_1$).

Définition 2 Un *problème* de décision est dit *irréversible* si $\exists x_1 / C_2(x_1) \subsetneq C_2$

Un problème de décision contient donc des irréversibilités s'il existe au moins une décision de première période x_1 qui restreint l'ensemble des choix futurs disponibles[6].

[6]Remarquons que certains auteurs tels Ulph et Ulph (1997) appellent décision irréversible une décision qui appartient à un problème de décision irréversible. Néanmoins, ces deux notions de

L'irréversibilité prise en compte dans ces modèles est une irréversibilité dite "forte" (tout retour en arrière est impossible ou à un coût infini, on développera ce point dans la section 4.3 de ce chapitre). Elle est représentée par une contrainte sur les choix de seconde période. On parle de contrainte d'irréversibilité. L'exemple suivant nous permet d'illustrer les deux définitions que nous venons de poser.

Exemple 1 *Considérons un ensemble de choix initial réduit à deux décisions possibles* $C_1 = \{0, 1\}$ *: la préservation* $(x_1 = 0)$ *ou non* $(x_1 = 1)$ *d'un parc naturel. Ce problème de décision contient des irréversibilités. En effet, si la décision initiale est de préserver le parc alors en seconde période l'ensemble de choix sera inchangé* $C_2 = \{0, 1\}$*. Par contre, si la décision initiale est de ne pas préserver le parc alors en seconde période, le décideur sera contraint à prendre la même décision* $x_2 = 1$ *puisque* $C_2 = \{1\}$*. La décision de non préserver est irréversible.*

Les décisions de première période peuvent être comparées selon leur "degré" d'irréversibilité. Elles sont classées par l'ordre partiel suivant.

Définition 3 On dira qu'une décision x_1 est *plus irréversible* qu'une décision x_1' si $C_2(x_1) \subset C_2(x_1')$.

Cette définition n'a d'objet que si le problème contient des irréversibilités -d'où l'intérêt des définitions 1 et 2-. L'exemple suivant permet d'illustrer la dernière définition.

Exemple 2 *Prenons l'exemple d'un problème de gestion d'une ressource épuisable. Posons* S_0 *le stock de ressources initial et* x_1 *(resp.* x_2*) le niveau de préservation de la ressource en première période (resp. en deuxième période).* $S_0 - x_1$ *(resp.* $x_1 - x_2$*) représente donc le niveau d'extraction de première période (resp. de deuxième période).*

décision irréversible ne coïncident pas nécessairement. En effet, une décision irréversible (au sens de la définition 1) appartient nécessairement à un problème de décision irréversible, par contre un problème de décision irréversible n'est pas nécessairement constitué exclusivement de décisions irréversibles (au sens de la définition 1).

Les domaines de choix de première et deuxième période sont donc respectivement : $C_1 = S_0$ *et* $C_2(x_1) = \{x_2/x_2 \leq x_1\}$. *Le choix de* x_1 *sera plus irréversible que celui de* x_1' *si* $x_1 < x_1'$. *Si on préserve un montant de ressources moins important aujourd'hui, alors le stock de ressources demain sera plus faible et donc le choix de préservation de la ressource sera plus limité en deuxième période.*

Dans les modèles que nous allons présenter, comparer les ensembles de choix futurs revient presque toujours à comparer x_1 à x_1', à partir de l'ordre sur les réels comme dans l'exemple précédent[7]. Cela suppose donc un préordre complet sur l'irréversibilité des décisions de première période.

1.2 Irréversibilité : choix ou conséquences ?

L'irréversibilité que nous avons définie est une irréversibilité sur les actes. Or lorsqu'on fait référence à l'irréversibilité aujourd'hui en environnement, on pense plutôt à une irréversibilité relatives aux conséquences. L'exemple type auquel on pense est celui du Principe de précaution. Il s'énonce comme suit : "*l'absence de certitudes, compte tenu des connaissances scientifiques du moment, ne doit pas retarder l'adoption de mesures effectives et proportionnées visant à prévenir un risque de dommages graves et irréversibles à l'environnement à un coût économiquement acceptable*" (loi Barnier du 2 Février 1995). Il est bien fait référence au domaine des conséquences.

Ces deux concepts d'irréversibilité, l'un sur les actes l'autre sur les conséquences ont-ils des liens et quels sont-ils ?

En fait, un "dommage irréversible" signifie qu'il n'existe pas de décision telle qu'on ait le même ensemble de conséquences possibles (qu'initialement).

L'impossible substituabilité évoquée par Fisher (cf introduction) correspond également à cette idée : on ne peut trouver de bien qui permette d'obtenir les mêmes conséquences.

---

[7] excepté par exemple lorsque l'ensemble de choix est binaire

Nous proposons une définition afin de caractériser cette autre forme d'irréversibilité. Nous parlerons de décision économiquement irréversible en référence à Fisher (2000). On note $\mathbb{C}_2(x_1)$ l'ensemble des conséquences possibles de seconde période suite à la décision x_1.

Définition 4 *La décision* x_1 *est économiquement plus irréversible que la décision* x_1' *si* $\mathbb{C}_2(x_1) \subset \mathbb{C}_2(x_1')$

La définition retenue par la théorie de la décision (définition 3) se focalise sur l'ensemble de choix. Montrons à partir d'un exemple qu'il n'y a pas forcément équivalence entre une décision plus irréversible et une décision économiquement plus irréversible.

Exemple 3 *On considère un problème de décision séquentielle sur deux périodes. En première période, 3 décisions sont possibles :* $C_1 = \{0, 1, 2\}$. *En deuxième période, l'ensemble de choix est contingent aux décisions de première période :* $C_2(0) = \{0, 1, 2\}, C_2(1) = \{1, 2\}, C_2(2) = \{2\}$.
Les conséquences des décisions $0, 1$ *et* 2 *en deuxième période sont données respectivement par* $c(0), c(1), c(2)$ *Elles sont telles que* $c(0) = c(1); c(2)$.
i) lorsque l'irréversibilité porte sur l'ensemble de choix : 2 *est plus irréversible que* 1 *et* 0, 1 *est plus irréversible que* 0 *(puisque* $C_2(1) = \{1, 2\} \subset C_2(0) = \{0, 1, 2\}$*)*
ii) lorsque l'irréversibilité porte sur l'ensemble des conséquences : 1 *et* 0 *sont aussi économiquement irréversibles (puisque* $\mathbb{C}_2(0) = \{c(1); c(2)\} = \mathbb{C}_2(1)$*),* 2 *est plus irréversible que* 1.

Les deux notions d'irréversibilité ne sont pas équivalentes. Pour la suite du chapitre (et même pour le reste de la deuxième partie de cette thèse), nous retenons évidemment la notion d'irréversibilité retenue en théorie de la décision dans la littérature sur l'effet irréversibilité, i.e. l'irréversibilité portant sur l'ensemble des choix.

1.3 Irréversibilité, perte de flexibilité ?

Les travaux de la littérature sur l'effet irréversibilité ne considèrent pas en général des ensembles de choix différents pour les deux périodes. Cette restriction a notamment comme conséquence de ne pas pouvoir envisager la création de nouvelles options par la décision courante. L'irréversibilité est alors uniquement perçue comme perte de flexibilité. Or pour certains problèmes de décision, il apparaît que c'est l'engagement qui permettrait d'ouvrir de nouvelles opportunités. Cette restriction est relâchée par Ramani, Richard et Trommetter (1992) puis Ramani, Richard (1993). Ramani, Richard et Trommetter considèrent à ce titre l'exemple de la conservation du patrimoine génétique. Il existe deux possibilités : conserver à tout prix ou conserver mais de manière spécialisée, i.e. conserver un minimum d'espèces avec un maximum de caractères. La deuxième solution, qui est la décision irréversible, peut permettre par exemple de trouver des caractères de résistance adéquats et dans les temps pour créer une variété résistante à l'apparition d'un prédateur par rapport à une conservation maximale.

A présent que nous avons caractérisé les irréversibilités, nous allons étudier leur impact lorsqu'elles sont mêlées à de l'incertitude et de l'information.

2 L'effet irréversibilité

2.1 Les irréversibilités, l'incertitude et l'information

Les problèmes environnementaux sont caractérisés par de l'incertitude, de la perspective d'information (chapitre 1), des irréversibilités (section précédente). Face à ces problèmes mêlant incertitude, information et irréversibilités, l'attitude adoptée pendant longtemps a été d'attendre d'apprendre (il suffit d'évoquer quelques affaires telles que le trou dans la couche d'ozone, le problème de la "vache folle"). On adapte les décisions lorsque l'information devient disponible. Il n'est pas nécessaire d'anticiper.

Or, la théorie de la décision nous enseigne l'importance de prendre des mesures dès aujourd'hui justement en prévision de l'acquisition future d'informations futures. Les perspectives d'information jouent un rôle essentiel à la fois dans la prise de décision présente et pour l'efficacité économique.

Pour les résultats ayant trait aux problèmes de décision où il y a acquisition d'information, il s'agit d'obtenir des résultats de statique comparative liés à une modification de l'information (dans cette littérature cela signifie plus d'information). Doit-on adopter une position *moins irréversible* en première période si l'on s'attend à obtenir *plus d'information* en deuxième période ? Si c'est le cas, on dit qu'il y a un "effet irréversibilité" (Henry 1974).

Le problème du choix de première période (choix d'aujourd'hui) est celui de l'opportunité de maintenir une plus ou moins grande flexibilité décisionnelle en deuxième période pour bénéficier d'un ensemble de choix plus large et tirer au mieux parti de l'information, mais cela au prix de pertes à court terme (un choix irréversible rapporte souvent plus à court terme). "L'effet irréversibilité" est vérifié dans des modèles simples mais pas forcément dans des modèles plus généraux.

Dans le paragraphe suivant, nous posons le modèle, i.e. la fonction objectif et les caractéristiques du problème (dans lequel on caractérise l'effet irréversibilité). Il est suffisamment général pour inclure les principaux travaux de la littérature sur l'effet irréversibilité. Pour l'instant, nous n'avons fait référence à aucun cadre théorique (le concept d'irréversibilité que nous avons défini est valable hors de tout modèle). A contrario, les deux autres caractéristiques du problème de décision -l'incertitude et l'information- nécessitent pour être définis de se placer dans un cadre théorique. Nous retiendrons le cadre bayésien (le modèle d'espérance subjective d'utilité), celui retenu dans cette littérature.

2.2 Le modèle

2.2.1 La fonction objectif et les caractéristiques

Le problème de décision[8] se déroule sur deux périodes. Les décisions sont séquentielles. Dans cette littérature, il existe un unique agent. Godard (2000) parle à ce sujet de “Robinson”. Sa fonction objectif est de la forme $U(x_1, x_2, z_i)$ où x_1 (resp. x_2) représente la décision de première (resp. deuxième) période, z_i est l'état du monde. Il représente l'incertitude et se réalise en fin de seconde période. Cette fonction d'utilité intertemporelle peut représenter la fonction d'utilité collective si le décideur est un décideur public. Dans le cas d'un décideur privé, il peut s'agir d'un profit intertemporel conditionnel aux décisions et à l'état du monde.
Nous présentons à présent les 3 caractéritiques sur lesquelles repose l'étude de l'effet irréversibilité.

- L'irréversibilité

Il existe une contrainte d'irréversibilité. Les décisions courantes sont comparées à l'aide de l'ordre partiel sur la flexibilité (définition 3).

- L'incertitude

L'incertitude est représentée par un ensemble d'états du monde possibles (supposé fini). Le décideur dispose d'une liste de ces états du monde. On notera $z = (z_1, \ldots, z_m)$ l'ensemble des états du monde. Au début de la première période, le décideur a des probabilités *a priori* sur l'état du monde z_i qui prévaudra en fin de deuxième période. L'incertitude est donc une incertitude probabilisée. Nous poserons : $\Delta_z \equiv \{\pi = (\pi_{z_i}) : \pi_{z_i} \geq 0, \Sigma\pi_{z_i} = 1)$ l'ensemble des vecteurs de probabilités sur z.

- L'information

Au début de la deuxième période, de nouvelles informations arrivent sur la variable aléatoire Z. Elles arrivent par l'observation d'une autre variable Y (corrélée

[8]Le problème de décision auquel est confronté le décideur et que nous exposons est similaire à celui posé dans l'article d'Epstein (1980) excepté la partie sur l'irréversibilité qui n'existe pas dans ce dernier.

avec Z) : c'est un message. Le décideur est supposé connaître les messages possibles à la fin de la première période et leurs probabilités respectives. Il est capable d'établir une liste. On notera : $y = (y_1, \ldots, y_n)$ l'ensemble des messages possibles et $\Delta_y \equiv \{q = (q_{y_i}) : q_{y_i} \geq 0, \Sigma q_{y_i} = 1\}$ l'ensemble des vecteurs de probabilités sur y.

L'agent révise alors ses probabilités *a priori.* On obtient donc des probabilités *a posteriori.* Elles s'obtiennent en appliquant la règle de Bayes. L'ensemble de ces distributions conditionnelles possibles de z_i étant donné y_i est noté $\Delta_z^y \equiv (\Delta_z)^y$. Un élément $\pi \in \Delta_z$ sera appelé croyance, avec $\pi(y_i) \in \Delta_z$ représentant une croyance conditionnelle à l'observation du message y_i et Π une matrice dont les colonnes sont $\pi(y_i), y_i \in y$. Les probabilités *a priori* du décideur pour (Π, q) s'écrivent donc $\overline{\pi} = \sum q_{y_i}\pi(y_i)$.

Soit $(\Pi, q) \in \Delta_z^y \times \Delta_y$. Selon la terminologie de Marschak et Miyasawa (1968), (Π, q) est une structure d'information, i.e. c'est la donnée d'un espace mesurable de signaux et d'une application de z dans l'espace des mesures de probabilité sur y.

- Comparaison des structures d'information

L'effet irréversibilité repose sur l'analyse de l'impact d'une structure d'information plus fine sur les décisions optimales de première période. La comparaison des structures d'information selon leur finesse se fait au moyen d'un ordre partiel. La définition suivante permet de comparer deux structures d'information.

Définition 5 (Marschak et Miyasawa, 1968) On dira qu'une structure d'information (Π, q) est *plus fine* qu'une autre (Π', q') si $\sum q_{y_i}\phi(\pi(y_i)) \geq \sum q'_{y_i}\phi(\pi'(y_i))$ pour toute fonction convexe $\phi : \Delta_z \to R$

Pour comparer ces structures d'information, il faut que les croyances *a priori* associées à ces structures d'information soient identiques, i.e. : $\sum q_{y_i}\pi(y_i) = \sum q'_{y_i}\pi'(y_i)$.

Cette définition est analytiquement très utile et sera beaucoup utilisée (Epstein, 1980).

Ces représentations de l'incertitude et de l'information reposent sur des hypothèses très fortes. L'information future n'est pas connue à l'avance mais le décideur est supposé connaître la liste des messages possibles et leur contenu informatif ex ante. Il connaît également les probabilités d'occurence des messages. Cette représentation est discutable dans le contexte d'un problème environnemental.

Tous les modèles que nous étudions vérifient ces 3 caractéristiques[9] (hormis les extensions étudiées dans la section 4 qui consistent justement à modifier ces caractéristiques).

Dans le paragraphe suivant, nous étudions la résolution du problème de décision.

2.2.2 Application du critère Espérance d'Utilité subjective

Dans la littérature sur l'effet irréversibilité, on s'intéresse presque exclusivement à un décideur maximisateur d'espérance d'utilité, i.e. un agent Bayésien. Rappelons les étapes du problème de décision. Le décideur prend une décision au début de chaque période. Au début de la première période, il a des probabilités *a priori* sur l'état du monde qui prévaudra en fin de deuxième période. L'incertitude est représentée par une variable aléatoire Z. Il décide à ce niveau de son choix de première période x_1. A la fin de la première période, de nouvelles informations arrivent sur la variable aléatoire Z, par l'observation d'une autre variable Y (corrélée avec Z) : c'est un message. L'agent révise alors ses probabilités *a priori*. Puis, il prend sa décision de deuxième période x_2.
Le décideur doit donc résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\underset{x_1 \in C_1}{Max} \{E_Y \underset{x_2}{max} \{E_{Z/Y} U(x_1, x_2, Z)/x_2 \in C_2(x_1)\}\} \tag{1}$$

La résolution de ce problème se fait par induction vers l'amont. On se place tout d'abord en début de deuxième période. On choisit x_2, avec x_1 fixé, i.e. le décideur résout : $\underset{x_2}{max}\ E_{Z/Y}\ U(x_1, x_2, Z)/x_2 \in C_2(x_1)$. Le problème de décision contient des

[9] irréversibilité, incertitude, information

irréversibilités (cf définition 2). La résolution du choix de seconde période nous fournit la fonction valeur :

$$J(x_1, \pi(y_i)) \equiv \underset{x_2}{max} \{\sum_{z_j} \pi_{z_j}(y_i)U(x_1, x_2, z_j)/x_2 \in C_2(x_1)\} \tag{2}$$

Puis, on remonte à la première étape du jeu. Il faut choisir x_1. Il est tel que : $x_1 = \underset{x_1 \in C_1}{\arg} MaxE_Y \ J(x_1, \pi(y_i))$

Les hypothèses du modèle sont les suivantes (Epstein, 1980) :

H_0 : $U(x_1, x_2, Z)$ est concave et deux fois continuement dérivable en (x_1, x_2).

H_1 : la solution en (1) existe et est unique

H_2 : le niveau x_1 optimal est un point intérieur, par souci de simplicité

H_3 : $J(x_1, \pi(y_i))$ est concave, différentiable par rapport à x_1.

Cette hypothèse porte sur un résultat. $J(x_1, \pi(y_i))$ est concave en x_1 si $U(x_1, x_2, z)$ est concave en x_1, x_2 et si $C_2(x1)$ satisfait la condition suivante :

$x_2 \in C_2(x1)$, $t_2 \in C_2(t_1) \Longrightarrow \lambda x + (1-\lambda)t_2 \in C_2(\lambda x_1 + (1-\lambda)t_1)$, $0 \leq \lambda \leq 1$. Cette deuxième condition est satisfaite si : $C_2(x_1) = \{x_2/f(x_1, x_2) \geq 0, f \text{ concave}\}$

C'est dans ce cadre décisionnel que l'on va définir et caractériser "l'effet irréversibilité".

2.3 L'effet irréversibilité.

La question posée est la suivante : dans un problème de décision contenant des irréversibilités, est-ce que l'attente d'une information future induit des décisions optimales aujourd'hui moins irréversibles ? Cette question correspond à un exercice de statique comparative. Si la réponse à cette question est positive, on dit alors qu'il y a un "effet irréversibilité". Il s'énonce formellement comme suit :

Définition 6 *Il y a "effet irréversibilité" si à une structure d'information plus fine est associée une décision (optimale) de première période moins irréversible.*

On doit ce concept à Henry (1974). Il met en évidence, dans un problème de décision particulier que nous étudierons dans les sections suivantes, qu'il y a un "effet irréversibilité".
Le terme "d'effet irréversibilité" est quelque peu trompeur puisqu'il mesure en fait l'**effet** sur la décision optimale **de l'information dans un contexte comportant de l'irréversibilité.**
Nous noterons $x_1(\Pi, q)$ la solution optimale de l'équation (1) pour une structure d'information (Π, q) et $x_1(\Pi', q')$ la solution optimale de l'équation (1) pour une structure d'information (Π', q') où (Π, q) est *plus fine* que (Π', q').

Exemple 4 *Dans notre exemple de l'extraction d'une ressource épuisable (où x_1 représente le niveau de ressource préservée), "l'effet irréversibilité" signifie que l'attente d'information doit nous conduire à préserver davantage de ressources épuisables que dans le cas où l'on attendrait aucune (ou moins d'information), i.e. $x_1(\Pi, q) \geq x_1(\Pi', q')$.*

C'est une question qui permet d'apporter un éclairage intéressant pour la gestion de nombreux problèmes environnementaux contemporains tels que celui de l'effet de serre. L'effet irréversibilité, s'il est vérifié, signifie alors que l'attente d'information doit nous conduire à émettre moins de gaz à effet de serre dans l'atmosphère aujourd'hui du fait de l'incertitude sur les conséquences de ces émissions.
Dans l'exemple sur la préservation d'une ressource, posons $u(x_1, x_2, z) = u_1(x_1) + u_2(x_2, x_1, z)$ où $u_1(x_1)$ croissante et concave en $x_1, u_2(x_2, x_1, z)$ croissante et concave en x_2. L'effet irréversibilité est vérifié i.e. $x_1(\Pi, q) \geq x_1(\Pi', q')$ si et seulement si $\frac{\partial E_Y J(x_1(\Pi',q'),\pi(y_i))}{\partial x_1} \geq \frac{\partial E_{Y'} J(x_1(\Pi',q'),\pi'(y_i))}{\partial x_1}$ où J est défini par l'équation (2) est décroissante, concave. L'effet irréversibilité est vérifié si et seulement si la valeur accordée à moins d'irréversibilité est plus importante avec une structure d'information plus fine (cf à ce titre Willinger 1989).

Il s'agit à présent de voir les conditions sous lesquelles l'effet irréversibilité est vérifié.

3 Conditions d'existence de l'effet irréversibilité

L'existence de "l'effet irréversibilité" a été mise en évidence par Arrow-Fisher (1974) et Henry (1974) dans un modèle particulier. Dans un cadre plus général (avec une fonction d'utilité plus générale), il n'est plus nécessairement vérifié. On peut se servir des conditions suffisantes énoncées par Epstein (1980) pour savoir quand il est vérifié. Nous présentons ces conditions ci-après puis les modèles qui les ont utilisées.

3.1 Le théorème d'Epstein (1980)

Le modèle d'Epstein est identique à celui que nous avons posé en première section en ce qui concerne l'incertitude et l'information. Néanmoins, il ne caractérise pas l'irréversibilité dans son problème de décision. Son théorème décrit les conditions sous lesquelles les choix de première période sont plus grands ou plus petits (ordre sur les réels) avec une structure d'information plus fine. On peut ramener ces conditions à des conditions d'existence de l'effet irréversibilité comme nous allons le voir ci-après. Enonçons pour commencer son théorème.

Théorème 1 Sous H_0, H_1, H_2 et H_3,
Soit $x_1(\Pi, q), x_1(\Pi', q')$ les solutions[10] de (1). La fonction valeur $J(x_1, \pi(y_i))$ est définie par (2)

i) Si $J_{x_1}(x_1, \pi(y_i))$ est concave en $\pi(y_i)$, alors $x_1(\Pi, q) \leq x_1(\Pi', q')$

ii) Si $J_{x_1}(x_1, \pi(y_i))$ est convexe en $\pi(y_i)$, alors $x_1(\Pi, q) \geq x_1(\Pi', q')$

iii) Si $J_{x_1}(x_1, \pi(y_i))$ n'est ni convexe, ni concave, alors $x_1(\Pi, q) - x_1(\Pi', q')$ est de signe ambigu dans le sens suivant : $\exists\ Z$, (Π, q), (Π', q') et (Π'', q'') telles que (Π', q') et (Π'', q'') sont moins informatives que (Π, q) et telles que $x_1(\Pi', q') \geq x_1(\Pi, q)$, $x_1(\Pi'', q'') \leq x_1(\Pi, q)$.

[10] Rappel : nous notons respectivement $x_1(\Pi, q)$ (resp. $x_1(\Pi', q')$) la solution optimale de l'équation (1) pour une structure d'information (Π, q) (resp. (Π', q')) où (Π, q) est *plus fine* que (Π', q').

Les conditions énoncées dans ce théorème sont définies par rapport aux *choix optimaux.*

Dans le modèle d'Epstein, l'ensemble de choix de seconde période $C_2(x_1)$ est seulement supposé convexe. Supposons que le problème de décision contienne des irréversibilités (cf définition 2), i.e. il existe une décision de première période x_1 telle que $C_2(x_1) \subsetneq C_2$. On est alors dans un problème identique à celui que nous avons posé en première section.

Si l'ordre sur les réels permet de comparer le degré d'irréversibilité relatif des décisions (ce qui est souvent le cas), alors le théorème peut être utilisé pour donner des conditions suffisantes d'existence à l'effet irréversibilité.

Il "suffira" alors de statuer sur la concavité ou convexité de $J_{x_1}(x_1(\Pi, q), \pi(y_i))$ en $\pi(y_i)$ pour déterminer si "l'effet irréversibilité" est vérifié. Nous donnerons des illustrations de ce théorème dans la section suivante consacrée aux applications (de ce théorème).

Le théorème d'Epstein nous permet de réexaminer les textes précurseurs sur "l'effet irréversibilité".

3.1.1 Le cas particulier de la fonction d'utilité avec séparabilité intertemporelle des variables de choix

Ce cas particulier correspond aux modèles d'Arrow-Fisher (1974), Henry (1974) et Freixas-Laffont (1984). La présence systématique de l'effet irréversibilité dans leurs modèles provient d'une caractéristique de la fonction d'utilité intertemporelle qu'ils utilisent : on peut réecrire leur fonctionnelle avec séparabilité des variables de choix.

Théorème 2 (Freixas-Laffont, 1984) : Lorsque la fonction d'utilité intertemporelle est séparable, du type $U(x_1, x_2, z) = u(x_1) + v(x_2, z)$, et que U est concave par rapport à ses variables de choix alors l'effet irréversibilité est vérifié.

Avec l'hypothèse de séparabilité intertemporelle, mais indépendemment de tout modèle théorique, Rauchs-Willinger (1996) ont conclu à la validité empirique de cet effet irréversibilité.

Exemple 5 *Reprenons leur modèle, i.e. considérons la fonction* $U(x_1, x_2, z) = u(x_1) + v(x_2, z)$ *telle que* x_1 *: niveau de préservation en première période et* x_2 *: niveau de préservation en deuxième période. La contrainte d'irréversibilité est alors :* $x_2 \leq x_1$*. Avec* u *concave en* x_1 *et* v *concave en* x_2*. L'effet irréversibilité est vérifié : l'attente d'information doit nous conduire à préserver davantage aujourd'hui.*

La séparabilité intertemporelle suppose qu'une décision prise à une certaine période influe uniquement sur l'utilité de cette période. La séparabilité intertemporelle n'est pas pertinente pour traiter des problèmes environnementaux, dans lesquels il existe des phénomènes de stockage (comme dans le cas de l'effet de serre par exemple)...La décision de première période influe sur l'utilité d'aujourd'hui et de demain. Ainsi, si on émet des gaz à effet de serre (comme le CO_2) aujourd'hui, ils vont se stocker dans l'atmosphère et seront encore présents en partie demain. S'il existe réellement un réchauffement de la planète dû aux émissions de ces gaz, c'est le stock d'émissions qui comptera et pas uniquement les émissions finales (notamment à travers le dommage).

3.2 Quelques applications du théorème d'Epstein

Nous allons voir des applications du théorème d'Epstein pour des problèmes de décision sans séparabilité intertemporelle, configuration plus adéquate à la réalité environnementale. Elles portent principalement sur les problèmes environnementaux tels que le réchauffement planétaire, le traitement des déchets nucléaires. Ces modèles s'inscrivent dans le modèle général nous avons posé en section 2.2 : ils vérifient les 3 caractéristiques et les hypothèses H_0, H_1, H_2 et H_3. Ils essayent d'appliquer les conditions suffisantes du théorème d'Epstein. Il ressort de manière générale une difficulté d'application de ce théorème : "l'effet irréversibilité" n'est pas forcément vérifié lorsqu'il n'y a pas de séparabilité intertemporelle.

3.2.1 Le cas de l'effet de serre : phénomènes d'accumulation

Gollier, Jullien, Treich (2000) et Ulph, Ulph (1997) traitent cette question[11]. Le problème de décision est identique dans ces deux modèles. Ce sont des modèles à deux périodes. Les décisions concernent le niveau d'émissions de gaz à effet de serre à chaque période (x_1 en première période, x_2 en deuxième période). L'incertitude porte sur l'effet de l'accumulation de ces gaz dans l'atmosphère. Ces modèles incluent donc bien des phénomènes d'externalités intertemporelles. L'irréversibilité se traduit par le fait que le stock de gaz à effet de serre de la deuxième période est forcément supérieur au niveau d'émissions de première période (pondéré par un facteur de survie δ), i.e. $\delta x_1 + x_2 \geq \delta x_1$ ($\Leftrightarrow x_2 \geq 0$). On ne peut destocker.

Ces articles étudient sous quelles conditions l'arrivée d'information réduit les *niveaux d'émission* de première période, ceci en tenant compte des phénomènes d'irréversibilité.

Le modèle de Gollier, Jullien, Treich (2000)

La fonction objectif additivement séparable du décideur est telle que : $U(x_{1,}x_2, z) = u(x_1) + v(x_2 - z(\delta x_1 + x_2))$ où z est la variable incertaine, et représente le coût des émissions. D'après le théorème d'Epstein, le niveau de x_1, i.e. le niveau d'émission optimal en première période diminue avec une structure d'information plus fine si $J_{x_1}(x_1, \pi)$ est convexe en π[12]. Toute la difficulté se trouve donc dans l'étude de la fonction $J_{x_1}(x_1, \pi)$.

Ces auteurs introduisent la notion de décision "précautionneuse" sans l'expliciter précisément et sans la caractériser par rapport à la décision originale de décision "flexible". La *précaution* est introduite de manière intuitive sans être définie clairement : réduire les émissions c'est limiter l'ampleur du réchauffement climatique si le lien entre gaz à effet de serre et climat existe. La dimension *flexibilité* reste présente : réduire les émissions, c'est augmenter les possibilités de choix du niveau futur

[11] Kolstad (1996) également.

[12] J est la fonction valeur de seconde période définie dans l'équation 2.

du stock de gaz à effet de serre présents dans l'atmosphère. Réduire les émissions aujourd'hui c'est s'offrir à la fois de la flexibilité[13] et de la précaution.

Si la perspective d'information réduit les émissions courantes, l'effet irréversibilité est vérifié (la décision est moins irréversible) et la décision est également plus précautionneuse.

Dans le chapitre suivant, nous proposerons une caractérisation formelle de la précaution de façon à la distinguer de la flexibilité. On peut très bien imaginer en effet que flexibilité et précaution soient antinomyques.

Gollier et alii étudient pour commencer le problème de décision sans la contrainte d'irréversibilité : ils mesurent ainsi uniquement l'effet de l'information sur les décisions courantes. Les auteurs identifient deux effets qui vont dans un sens opposé :
- un effet richesse : l'anticipation d'une meilleure connaissance future du risque fait qu'on se préoccupe moins de l'avenir, on peut donc augmenter la consommation présente.
- un effet accumulation : une meilleure structure d'information, implique des révisions plus fortes des croyances et donc une augmentation du risque ex ante.

Une première série de résultats montrent qu'il existe une "ambiguïté" sur le rôle de l'information sur le niveau des émissions même sans présence d'irréversibilité. Cette analyse isole donc pour commencer l'effet de l'information sans qu'il y ait de quelconque irréversibilité. Pour conclure sur l'influence d'une meilleure structure d'information sur la décision optimale (réduction des émissions) , il faut une condition suffisante : il doit s'agir d'un petit risque -la condition que $\tilde{z}$ soit un petit risque ne correspond pas au problème qui est étudié, à savoir celui du réchauffement planétaire- ou d'un "two-atom support" risque ou d'une fonction HARA[14]. A cette condition suffisante, il y a une autre condition qui elle est nécessaire et suffisante : l'indice de prudence doit être deux fois supérieur à l'indice d'aversion absolue pour

[13] i.e. c'est une décision moins irréversible

[14] HARA (Hyperbolic Absolute Risk Aversion)

le risque[15]. Le résultat ne peut être prouvé dans un cadre général. L'étape suivante consiste à introduire la contrainte d'irréversibilité. Avec la contrainte d'irréversibilité, on retombe exactement dans l'étude de l'effet irréversibilité. Les conditions suffisantes pour que cet effet soit vérifié sont les deux conditions précédentes (i.e. la condition qui est suffisante et la condition qui est nécessaire et suffisante dans le cas sans contrainte d'irréversibilité).

Le modèle d'Ulph-Ulph (1997)

Comme nous l'avons déjà mentionné, ce modèle étudie également le problème du choix des émissions optimales de gaz à effet de serre. Ulph et Ulph montrent que l'on ne peut utiliser les conditions suffisantes données par Epstein pour conclure sur l'impact d'une meilleure structure d'information sur le niveau courant des émissions d'énergie. Ils construisent alors leurs propres conditions suffisantes que l'on ne peut comparer par rapport à celles énoncées par Epstein. Pour ce modèle de réchauffement climatique, Ulph et Ulph posent comme fonction d'utilité intertemporelle :

$U(x_1, x_2, z_i) = V(x_1) + \rho[W(x_2) - z_i D(\delta x_1 + x_2)]$

où : ρ représente le facteur d'escompte, $V(.)$ (resp.$W(.)$) l'utilité procurée par la consommation d'énergie en première période (resp.en deuxième période) et $D(.)$ la fonction de dommage, z_i est l'incertitude, elle porte sur l'intensité du dommage. Ils posent $z_1 \leq ... \leq z_n$. On note $\overline{z}$ l'espérance de l'intensité du dommage[16]. Ils étudient 2 structures d'information : l'absence d'information (AI) et l'information parfaite (IP).

Théorème :

$x_2(AI, \overline{z}) = 0 \Longrightarrow x_1(AI) \geq x_1(IP)$

Si la contrainte est saturée dans le cas où il n'y a pas d'information, alors la pers-

[15]Epstein (1980) étudie un exemple de consommation-épargne avec une fonction CRRA (aversion relative pour le risque constante). Il identifie deux effets : un effet revenu et un effet substitution induits par une structure d'information plus fine. La validité de l'effet irréversibilité dépend de la valeur du coefficient d'aversion relative pour le risque.

[16]par rapport à la distribution a priori

pective d'information va réduire le niveau des émissions (l'effet irréversibilité est vérifié).

Corollaire :
$x_2(AI, z_1) = 0 \Longrightarrow x_1(AI) = x_1(IP)$
Si la contrainte est saturée dans tous les états du monde, alors la décision courante d'émission de gaz à effet de serre est identique qu'il y ait apprentissage ou pas.

Cette condition suffisante n'est ni plus ni moins générale que la condition suffisante donnée par Epstein.

Dans ce modèle également, réduire les émissions aujourd'hui c'est s'offrir à la fois de la flexibilité et de la précaution[17].

3.2.2 Le cas du traitement des déchets nucléaires (Immordino, 1999)

Immordino s'intéresse au problème du stockage des déchets nucléaires. Habituellement, la technologie adoptée consiste à traiter ces déchets et à les stocker sur un site non permanent. Une alternative serait de stocker ces déchets une fois pour toute à des profondeurs très importantes. Cette alternative est plus irréversible, dans le sens où récupérer ces déchets serait impossible (en cas de fuites...). L'incertitude concerne la découverte ou non de nouveaux processus pour traiter et recycler ces déchets.

Nous ne présenterons pas en détail cet article, puisque les problèmes qui se posent sont de même nature que dans les modèles précédents.

Ainsi, à une structure d'information plus fine sera associé un plus petit niveau d'investissement optimal dans la technologie réversible si $J_\beta(\beta, \pi)$ est convexe en π. Pour les fonctions d'utilité de type CARA, $J_\beta(\beta, \pi)$ est convexe en π. Donc, pour ces fonctions d'utilité, l'effet irréversibilité n'est pas vérifié. Pour une fonction du type $v(z) = \ln(z)$, l'effet d'une meilleure structure d'information sur la décision initiale est ambigu.

[17] i.e. réduire les émissions c'est prendre une décision moins irréversible et plus précautionneuse

4 L'effet irréversibilité : extensions et typologie

Trois caractéristiques fondamentales sont nécessaires à l'analyse de "l'effet irréversibilité" : l'irréversibilité, l'incertitude et l'information. Les modèles étudiés jusqu'à présent reposent sur des hypothèses ou définitions de ces concepts qui peuvent être pour certaines restrictives. La modification de ces hypothèses a été étudiée par certains auteurs. Chaque auteur se focalise sur une hypothèse particulière et étudie comment sa modification influence ou non la justification de l'effet irréversibilité. Nous étudions respectivement la modification du statut de l'information -elle n'arrive plus automatiquement au cours du temps-, la modification du concept d'irréversibilité-l'irréversibilité n'est plus synonyme de perte de flexibilité, et les coûts d'ajustement -l'irréversibilité forte est une forme particulière de coût d'ajustement-. Il faut cependant observer que ces extensions se font toujours dans le cadre théorique Bayésien. Nous proposons à la fin de la section une typologie afin de situer les apports de chacun de ces modèles les uns par rapport aux autres.

Dans les modèles que nous avons présenté jusqu'à présent, l'hypothèse retenue est celle d'une information exogène. Elle arrive automatiquement au cours du temps. Cette hypothèse peu réaliste a été relachée par certains auteurs. Nous étudions dans la section suivante les travaux avec information endogène.

4.1 Information endogène

Deux formes d'apprentissage sont possibles lorsqu'on décide d'endogénéiser l'information.

4.1.1 "Dependent learning" ou "independent learning" ?

Dans les modèles traditionnels, l'hypothèse retenue est celle d'une information exogène. Cette hypothèse a été relachée par certains auteurs tels que Freixas-Laffont (1984) et Charlier (1997). C'est la **décision** de première période (celle du problème de décision) qui **crée** de l'**information**. Pour reprendre la terminologie employée par Fisher-Hanemann (1987), on parle de "dependent learning". Considérons à titre d'illustration un problème d'extraction d'une ressource naturelle, le pétrole[18]. Il peut exister une incertitude sur les bénéfices économiques de l'extraction du pétrole dûe au fait qu'on ne sait pas si les structures offshores contiennent du pétrole en quantités commerciales. L'incertitude peut être résolue en recourant au *développement*, par exemple en forant des puits d'exploration.

Néanmoins, comme le font remarquer Fisher et Hanemann (1987), l'information n'est pas toujours générée par le développement en lui-même mais requiert une action séparée. La recherche peut être menée indépendamment du développement et le flux d'information alors provient de la recherche et non pas de l'acte de développement. C'est la décision (différente de celle du problème de décision) qui crée de l'information. On parle alors "d'independent learning".

C'est une question de nature empirique de savoir dans quel type d'apprentissage on se trouve. Cela dépend des problèmes de décision.

A notre connaissance, la littérature existante porte exclusivement sur le "dependent learning"(comme l'expliquent Fisher et Hanemann, "l'independent learning" ne change pas les conclusions relatives à l'*effet irréversibilité* mais la modélisation est plus fine). Nous traitons donc dans la section suivante de l'information endogène avec "dependent learning" uniquement.

4.1.2 Le concept d'effet irréversibilité modifié

L'information endogène introduit une différence importante dans le concept d'effet irréversibilité. En information exogène, l'effet irréversibilité correspond à un exercice de statique comparative. On étudie l'impact sur les choix optimaux de l'arrivée d'information toutes choses égales par ailleurs. A présent, en information endogène, il s'agit d'étudier le choix optimal pour un problème de décision dans lequel les décisions influent sur le niveau d'irréversibilité et d'information[19]. On s'attendrait

[18] Ils prennent l'exemple de la côte Californienne.

[19] En information exogène, les décisions influent uniquement sur le niveau d'irréversibilité.

désormais à analyser l'impact d'une "fonction" $S'(x_1)$ plus créatrice d'information qu'une fonction $S(x_1)$[20] i.e. le passage de $S(x_1)$ à $S'(x_1)$ (choc exogène) sur la flexibilité des décisions. Le nouvel énoncé de l'effet irréversibilité serait le suivant : *"à une fonction d'information plus génératrice d'information est associée une décision plus flexible"*.

Or lorsqu'on étudie les différents travaux de la littérature, l'analyse est différente de l'énoncé précédent que nous avons proposé. Les différentes analyses reviennent à comparer le choix optimal en première période d'une structure d'information exogène avec celui d'une structure d'information endogène plus fine (Fisher, Hanemann 1987[21] ; Charlier 1997[22]). Charlier propose comme nouvel énoncé de l'effet irréversibilité : "alors même que le décideur sait qu'en s'engageant de manière irrévocable il crée une structure d'information plus fine, il préférera une décision moins irréversible".

Ces analyses nous posent problème : on étudie simultanément deux questions. Les deux structures d'information que l'on analyse diffèrent d'une part, parce que l'une est exogène et l'autre endogène, et d'autre part parce que l'une est plus fine que l'autre. Ce n'est plus de la statique comparative car ce n'est pas une analyse toutes choses égales par ailleurs.

Dans la suite de la section, nous retenons l'analyse proposée par la littérature.

4.1.3 L'information engendrée par la réversibilité ou l'irréversibilité

La création d'information dépend du caractère réversible ou non des décisions prises. Nous traiterons ici plus particulièrement des modèles de Freixas-Laffont (1984) et Charlier (1997). Ces deux modèles introduisent de l'information endogène dans un problème de décision similaire au problème de décision général posé dans la

[20] pour chaque niveau de décision, la structure d'information serait plus fine

[21] la structure d'information exogène est représentée par l'absence d'information (AI), ce qui en fait devrait être seulement un cas limite de l'analyse que nous proposons : $S(x_1) = AI, \forall x_1$

[22] Il étudie comment évolue la valeur de l'information lorsque la décision courante x_1 est plus flexible. La valeur de l'information pour une décision x_1 est calculée avec les structures d'information $S(x_1)$ et une struture d'information $S(a)$ moins fine ($x_1 < a$).

deuxième section. Ils posent une fonction d'utilité intertemporellement séparable de la forme $U(x_1, x_2, w) = U_1(x_1) + U_2(x_2, w)$ -même problème de décision que celui de l'exemple 5-. Rappelons que pour ce modèle l'effet irréversibilité est toujours assuré lorsque l'information est exogène (il *suffit* que $U(x_1, x_2, w)$ soit concave par rapport à ses variables de choix).

4.1.3.1 La réversibilité comme moyen d'accès à l'information (Freixas, Laffont 1984)

Ces auteurs supposent que plus l'action de première période est réversible, plus la structure d'information générée est fine. Ils considèrent deux structures d'information : celle engendrée par un niveau de préservation x_1 positif et celle engendrée par un niveau de préservation nul. Ils montrent alors que la valeur de l'information est croissante avec le niveau de préservation x_1.

L'effet irréversibilité est vérifié et même renforcé dans ce cas de figure. Ce résultat n'est pas surprenant. La création d'information est un argument supplémentaire pour décider en faveur d'une décision plus réversible.

Toutefois, cette manière de concevoir la création d'information n'est pas forcément la mieux adaptée (tout dépend des problèmes de décision auxquels on s'intéresse) : elle revient à dire en particulier qu'une position d'attente, position la plus réversible possible, crée de l'information.

4.1.3.2 L'irréversibilité comme moyen d'accès à l'information

On peut également poser l'hypothèse selon laquelle plus l'action de première période est irréversible, plus la structure d'information est fine (correspond au modèle de Charlier, 1997). Il prend comme exemple d'application le cas des organismes génétiquement modifiés (OGM). Cette manière de concevoir la création d'information nous parait réaliste, notamment pour le cas des OGM, puisqu'elle permet de traduire l'idée selon laquelle l'engagement, l'expérimentation est nécessaire pour obtenir de l'information. Il semble en effet juste de penser que c'est en cultivant en "grandeur

nature" (de manière néanmoins contrôlée), que l'on pourra recueillir de l'information. L'énoncé de l'effet irréversibilité est désormais modifié et s'énonce selon l'auteur de la manière suivante : *"alors même que le décideur sait qu'en s'engageant de manière irrévocable il crée une structure d'information plus fine, il préférera une décision moins irréversible"*.
Il considère le même modèle que celui de Freixas et Laffont (1984), avec séparabilité intertemporelle[23]. Seul le fait que la finesse de la structure d'information future dépende du degré d'irréversibilité choisi dans le présent peut éventuellement aller à l'encontre de l'effet irréversibilité. En effet, désormais il y a deux phénomènes contradictoires suite à une décision moins irréversible : adopter une position plus réversible permet de bénéficier d'un effet positif (on pourra mieux profiter d'une amélioration de l'information), mais on subit aussi une perte d'information, effet négatif. L'effet irréversibilité est vérifié lorsque le premier effet l'emporte sur le second.
Cette manière de concevoir la création d'information nous parait réaliste. Néanmoins, l'arrivée d'information n'est pas quelque chose de linéaire et immédiat, i.e. plus d'irréversibilité ne pas conduit nécessairement à plus d'information. Il peut exister des phases alternées où la création d'information proviendrait de plus de réversibilité ou de plus d'irréversibilité[24].

D'autres travaux ont étudié l'impact de l'irréversibilité sur la création d'information. On pense notamment à l'article de Fisher et Hanemann (1987). Ils étudient le cas dans lequel l'apprentissage provient de l'acte d'exploitation (i.e. de l'irréversibilité). L'ensemble de choix est donné par $[0, 1]$. L'absence d'exploitation (i.e. la préservation) n'engendre aucune information. L'exploitation quelle qu'elle soit engendre une information parfaite. Il n'est jamais optimal d'avoir un niveau d'exploitation nul

[23]Rappelons qu'avec une fonction d'utilité séparable de ce type, l'effet irréversibilité est vérifié lorsque l'information est exogène.

[24]Dans ce genre d'idées, on pense à l'article de Miller et Lad (1984).Selon eux, les activités irréversibles et réversibles apportent des types d'information différents. Ainsi, dans un problème de préservation d'une ressource naturelle, la préservation apporte de l'information sur la préservation ; le développement de l'information sur le développement.

lorsque l'on tient compte de la possibilité d'être informé : soit on exploite entièrement, soit l'exploitation est infinitésimale. *La valeur de quasi-option du minimum d'exploitation faisable est positive.* Les implications pratiques pour la politique d'exploitation dépendent crucialement du degré de rendements décroissants de la fonction de production de l'information.

Le deuxième type d'extensions porte sur le concept d'irréversibilité. Dans les modèles étudiés jusqu'à présent, la définition retenue pour caractériser une décision irréversible est telle qu'elle est synonyme de perte de flexibilité. Cette hypothèse n'est pas forcément la plus réaliste, elle a été relaxée par certains auteurs. Nous étudions leurs contributions dans la prochaine section.

4.2 L'irréversibilité et la création "d'options"

Ramani, Richard et Trommetter (1992) puis Ramani et Richard (1993) ont "affiné" le concept d'irréversibilité : une décision irréversible n'est plus systématiquement synonyme de perte de flexibilité. Ici l'incertitude est contigente aux décisions prises : il existe des états intermédiaires et finaux, réalisés respectivement en fin de première et de seconde période, atteints avec des probabilités qui dépendent des décisions courantes. Ils définissent les concepts suivants :

Définition 7

i) Une décision x_1 prise à l'état initial réduit la *flexibilité à travers le temps* si l'ensemble de choix futur suite à x_1 est inclus dans l'ensemble de choix initial quel que soit l'état intermédiaire atteint en deuxième période (inclus strictement pour au moins un des états).

ii) Une décision x_1 réduit la *flexibilité par rapport à une autre décision* $\overline{x_1}$ si son ensemble de choix futur est inclus dans celui de $\overline{x_1}$ quel que soit l'état intermédiaire atteint en seconde période (et inclus strictement pour au moins un état).

Définition 8

Une décision est *réversible* si à chaque état intermédiaire atteint suite à cette décision l'ensemble de choix futur correspondant inclut l'ensemble de choix initial.

La flexibilité au sens *i)* n'était pas défini auparavant dans la littérature.

Définition 9
Une décision est *irréversible* si pour au moins un état intermédiaire atteint par cette décision la partie commune à l'ensemble de choix correspondant et à C_1 est inclus dans l'ensemble de choix initial C_1, et à chaque état intermédiaire atteint par la décision réversible l'ensemble de choix futur correspondant est inclus dans celui de la décision réversible.

Une décision réversible préserve la flexibilité sur les deux dimensions -*i)* et *ii)*- à tous les états intermédiaires atteints à la période suivante. Une décision irréversible réduit la flexibilité à travers le temps (pertes d'options par rapport à la disponibilité initiale des options) mais n'exclut pas la création de nouvelles options disponibles -vis-à-vis de la disponibilité originale dans certains états ou vis-à-vis de la décision réversible dans des états qui ne peuvent pas être atteints par la décision réversible-. Une décision irréversible n'est dès lors pas simplement l'opposé d'une décision réversible.

Exemple 6 *Ramani, Richard et Trommetter (1992) considèrent l'exemple de la conservation du patrimoine génétique. Il existe deux possibilités : conserver à tout prix (permet de conserver plus de diversité génétique) ou conserver mais de manière spécialisée, i.e. conserver un minimum d'espèces avec un maximum de caractères. La deuxième solution, qui est la décision irréversible, peut permettre par exemple de trouver des caractères de résistance adéquats et dans les temps pour créer une variété résistante à l'apparition d'un prédateur par rapport à une conservation maximale.*

Ramani et Richard montrent que lorsque l'incertitude n'est pas contingente aux décisions -i.e. la probabilité d'atteindre les états intermédiaires ne dépend pas de la décision courante- en seconde période[25], on peut faire forcément mieux si la décision

[25] résolution vers l'amont

de première période a été réversible qu'irréversible (ensemble de choix de seconde période davantage contraint). Ce qui peut aller à l'encontre du choix réversible c'est forcément l'utilité qu'il procure en première période. Donc si elle va dans le bon sens, le décideur choisira automatiquement la décision réversible. Dans l'autre cas, la décision réversible sera choisie si et seulement si le gain induit par une structure d'information plus fine est plus important avec cette décision qu'avec la décision irréversible. Ils montrent également que lorsque l'incertitude est contingente aux décisions, on ne peut trouver de condition en utilisant la notion d'irréversibilité pour obtenir "l'effet irréversibilité". Pour les états intermédiaires atteignables par la décision réversible et la décision irréversible, les gains permis par cette dernière le seront aussi par la décision réversible. Par contre, le gain espéré de seconde période ne sera pas nécessairement plus grand avec la décision réversible puisque les probabilités d'atteindre chaque état sont différentes. De plus, certains états et ensembles d'information peuvent être crées et atteints uniquement par la décision irréversible, et ces bénéfices sont disponibles uniquement comme conséquence d'avoir choisi la décision irréversible.

L'irréversibilité considérée dans la littérature est une irréversibilité "forte". C'est un cas extrême d'irréversibilité. Nous allons voir comment les coûts d'ajustement permettent de la considérer effectivement comme un cas particulier.

4.3 Irréversibilité "forte" et coût d'ajustement

L'irréversibilité considérée dans la littérature est une irréversibilité qualifiée de "forte". C'est-à-dire que tout retour est impossible -si j'émets du CO_2, il va se stocker dans l'atmosphère, je ne pourrai pas le destocker ; si j'exploite un parc naturel je ne pourrai pas le de-exploiter...- ou à un coût infini. Bien que correspondant à de nombreux phénomènes naturels, c'est un cas extrême. On pourrait envisager en effet que dans certaines situations le retour ait un coût mais fini (on peut imaginer par exemple qu'il devienne possible de destocker du CO_2 dans l'atmosphère mais que cela reste très coûteux). Ce qui reviendrait à généraliser l'étude de "l'effet irréversibilité" en étudiant l'impact de l'information en présence d'irréversibilité "faible". Cette analyse n'a fait à notre connaissance l'objet d'aucune étude. Néanmoins, on se doit de citer l'article de Jones et Ostroy (1984). Ces auteurs étudient l'impact de l'information sur les décisions courantes en présence de coûts d'ajustement. Ils étudient la question suivante : "*est-ce que l'attente d'information doit conduire un décideur à prendre des décisions de première période plus "flexibles"*[26] *lorsque le problème contient des coûts d'ajustement ?*"[27]

Les coûts qu'ils considèrent permettent d'englober l'irréversibilité "forte" comme cas particulier mais ne généralisent pas l'étude de "l'effet irréversibilité" à des irréversibilités plus faibles. En effet, les coûts considérés ne reflètent pas nécessairement, comme nous allons le montrer, des irréversibilités. Il nous faut à présent entrer plus en détail dans ce modèle.

De manière habituelle, en première période, le décideur choisit une position initiale $x_1 \in C_1$. En deuxième période, il choisit une deuxième position $x_2 \in C_2$, ceci après l'observation de y. En troisième période, l'état z_i est révélé. La conséquence de ces actions est résumée par la fonction de paiement U où $U : C_1 \times C_2 \times z \to R$. C_1 et C_2 sont finis. Ils posent $U(x_1, x_2, z_i) = r(x_1, z_i) + u(x_2, z_i) - c(x_1, x_2, z_i)$, où r est le revenu de première période suite à x_1, u le revenu de seconde période suite à x_2, c le coût du passage de x_1 à x_2.

La fonction de coût de transition c est définie par $G : C_1 \times z \times R \to 2^{C_2}$ où $G(x_1, z_i, \alpha) = \{x_2 : c(x_1, x_2, z_i) \leq \alpha\}$. G représente l'ensemble des décisions possibles en seconde période suite à x_1 à un coût qui n'excède pas α dans l'état z_i. Certaines restrictions sur G sont nécessaires. Ainsi, $G(x_1, s, \alpha) = \emptyset$, $\forall \alpha < 0$, sinon il y aurait incitation à changer de position du seul fait du coût négatif (i.e. gain dans le passage de x_1 à x_2). De plus, $\exists g : C_1 \to C_2$ telle que $g(x_1) \in G(x_1, z_i, 0)$

[26] la définition 7 (ii) est un cas particulier de ce concept de flexibilité, comme nous le verrons plus loin.

[27] Jones et Ostroy emploient la terminologie de variabilité des croyances plus importante.

$\forall (x_1, z_i) \in C_1 \times z$. Ceci permet d'éviter une situation dans laquelle on subirait un coût du seul fait de passer de la période un à la période deux (même sans changer de position).

G sert à construire un ordre partiel sur les décisions de première période.

Définition 10 La décision x_1 est *plus flexible*[28] que la décision x'_1 lorsque $\forall \alpha \geq 0$ et $z_i \in z$, $G(x_1, z_i, \alpha) \supset G(x'_1, z_i, \alpha) \setminus g(x'_1)$

Une décision de première période est qualifiée de plus flexible lorsqu'elle laisse un ensemble plus large de décisions de seconde période et ceci à n'importe quel coût. Lorsque $\forall \alpha \geq 0$ et z_i, $G(x_1, z_i, \alpha) = C_2(x_1) \subset C_2$, où $g(x_1) \in C_2(x_1)$, on est dans le cas d'irréversibilité "forte". L'irréversibilité "forte" est un cas particulier de coût d'ajustement. On peut également réecrire la contrainte d'irréversibilité[29] à partir de la fonction de coût. On peut ainsi reécrire les modèles précurseurs avec séparabilité intertemporelle[30]. Les modèles d'Arrow-Fisher, Henry, Freixas-Laffont sont du type $U_1(d_1) + U_2(d_2, \theta) - c(d_1, d_2)$ avec $c(d_1, d_2) = 0$ si $d_1 \leq d_2$ ou $c(d_1, d_2) = +\infty$ si $d_1 > d_2$. d_1, d_2 sont interprétés comme les niveaux de développement (ou niveau d'exploitation d'une ressource non renouvelable) atteints en première et deuxième période. La fonction de coût ne dépend pas de l'état du monde z_i. L'irréversibilité "forte" s'exprime par un coût d'ajustement nul ou infini selon les décisions. En considérant des coûts d'ajustement positifs mais non infinis, on pourrait modéliser une forme plus "faible" d'irréversibilité. Néanmoins, Jones et Ostroy n'introduisent aucune hypothèse particulière sur la forme de $c(d_1, d_2, \theta)$ en $d_1 = d_2$ alors que l'idée d'irréversibilité contient l'idée d'une "difficulté d'un retour en arrière" c'est à dire qu'il y a une asymétrie entre un ajustement à la hausse ou à la baisse, ce qui devrait éventuellement se traduire par une discontinuité.

Proposition Une structure d'information plus fine induit une décision plus flexible

[28] et non pas irréversible, car leur problème ne contient pas nécessairement d'irréversibilités définition 3 et définition 7 (ii) cas particulier de la définition 10.

[29] c'est elle qui traduit l'irréversibilité forte

[30] le modèle de Jones et Ostroy permet uniquement de réecrire ces modèles

(avec x_1 plus flexible que x_1') si $[J(x_1;\pi) - J(x_1';\pi)]$ est convexe en Δ_z.

Cette proposition est similaire au théorème d'Epstein (1980) dès lors que l'on remplace l'ordre de flexibilité sur les décisions courantes par l'ordre sur les réels.

Les extensions que nous avons exposées dans cette section peuvent se résumer dans le tableau suivant.

4.4 Typologie

Rappelons que C_1 est l'ensemble de choix de première période, C_2 l'ensemble de choix de seconde période.

Suivant le type d'incertitude, d'information et d'irréversibilité, on a les résultats suivants :

Modèle	**Incert.**	**Information**	**Irréversibilité**	**EI**
Arrow, Fisher (74)	prob	exo	forte,$C_2 = C_1$	EI
Henry (74)	prob	exo	forte,$C_2 = C_1$	EI
Epstein (80)	prob	exo	$C_2(x_1)$	CS
Freixas, Laffont (84)	prob	exo	forte,$C_2 = C_1$	EI
Gollier et alii (00)	prob	exo	forte,$C_2 = C_1$	CS Epstein
Ulph, Ulph (97)	prob	exo	forte,$C_2 = C_1$	CS Ulph,Ulph
Freixas, Laffont (84)	prob	exo,endo,indep,rév	forte,$C_2 = C_1$	EI
Jones, Ostroy (84)	prob	exo	ca,$C_2 = C_1$	ambigu
Fisher, Hanemann (87)	prob	endo,indep,dep	forte,$C_2 = C_1$	ambigu
Ramani, Richard (93)	prob,endo		forte,$C_2 \neq C_1$	ambigu
Charlier (97)	prob	endo,indep,irr	forte,$C_2 = C_1$	ambigu

Nos notations sont les suivantes :

incert : incertitude, *prob :* probabilisée, *exo :* exogène, *endo :* endogène, *indep :* "independent learning", *dep :* "dependent learning", *rév :* information engendrée par la réversibilité, *irr :* information engendrée par l'irréversibilité, *ca :* coûts d'ajustement, *EI :* existence de l'effet irréversibilité, *CS :* conditions suffisantes pour que l'effet irréversibilité soit vérifié, *ambigu :* effet irréversibilité pas nécessairement vérifié.

Conclusion

Le concept “d'effet irréversibilité” est riche. Il mobilise des notions importantes -irréversibilité, incertitude, information- dont les représentations ont été affinées au cours du temps. L'effet irréversibilité n'est pas systématiquement vérifié, et les conditions établies pour l'obtenir restent imparfaites.

Cette littérature, nous l'avons vu, s'est développée dans un cadre bayésien. Néanmoins, cette approche est discutable pour les domaines traités notamment celui de l'environnement. C'est pourquoi nous adoptons dans le chapitre suivant une approche non-bayésienne. Nous étudierons les différences qui existent entre une approche bayésienne et une approche non-Bayésienne. Nous analyserons également le rôle joué séparément par l'information et par l'irréversibilité.

Chapitre 5

Reconsidération de l'effet irréversibilité et incertitude totale[1]

Introduction

Les modèles classiques de choix dans l'incertain avec irréversibilités décisionnelles se placent dans une situation Bayésienne (chapitre 4). Il est naturel de réexaminer ces modèles dans un cadre non probabilisé étant donné le type d'incertitude scientifique à laquelle on fait face. En effet, ce qui fait la spécificité des incertitudes scientifiques est l'absence de probabilités (cf rapport Kourilsky-Viney[2]), soit qu'elles ne sont pas connues car on ne dispose pas de fréquences observées ou estimées, soit qu'il n'y a tout simplement pas de sens à parler de probabilités objectives lorsque l'incertitude correspond à des théories en concurrence (chapitre 1)[3]. On ne peut parler de probabilités que dans le sens de probabilités subjectives du décideur public. Mais quelles seraient-elles ? Ce pourrait être les degrés de confiance du décideur dans les différentes alternatives scientifiques en présence ou le poids relatif qu'il accorde à tel ou tel expert. Mais en quoi l'opinion personnelle d'un décideur public, même bien informé, aurait-elle une quelconque légitimité pour des décisions publiques ? Ce pourrait être le résultat des agrégations des probabilités subjectives des individus ?

[1]Ce chapitre est issu d'un travail avec J-C Vergnaud (Bouglet, Vergnaud 2000).

[2]KOURILSKY, VINEY (2000) : *Le Principe de précaution.* Rapport au premier ministre, Paris, éd. Odile Jacob.

[3]Il est absurde de parler de fréquence avec laquelle une théorie pourrait être vraie.

Ceci paraît difficile tant on peut douter que les individus soient suffisamment informés sur l'état de la science pour qu'ils soient capables d'exprimer des probabilités subjectives.

Nous proposons d'utiliser le critère Maxmin comme critère de décision publique. Ce critère peut être utilisé pour une incertitude de type 1 lorsque les théories sont toutes entièrement plausibles. Il peut être aussi utilisé pour une incertitude de type 2 lorsqu'on a aucune information sur les événements pouvant se produire (cf chapitre 2), c'est-à-dire dans une situation d'incertitude totale[4]. Le vocabulaire employé dans ce chapitre est celui pour de l'incertitude de type 2.

Il existe également dans cette littérature une certaine confusion que nous proposons de clarifier. En effet, les modèles les plus récents en cherchant à étendre les modèles originaux, ont introduit la notion de décision "précautionneuse" sans l'expliciter précisément et sans la caractériser par rapport à la notion originale de décision "flexible". Le choix de ces travaux d'interpréter le Principe de Précaution comme énonçant qu'en présence d'incertitude scientifique sur la réalité d'un danger, il faut agir "précautionneusement précocement" et non pas attendre "d'apprendre avant d'agir", conduit à étudier l'effet de l'arrivée d'information sur les décisions prises. La formalisation adoptée est celle d'un problème de décision séquentiel, comportant deux périodes, entre lesquelles il y a révélation d'information. Il s'agit alors d'étudier l'effet de l'information sur la décision optimale de première période. Plus d'information conduit-il à prendre des décisions plus précautionneuses en première période ? Une réponse positive constituerait une justification normative du Principe de Précaution.

Dans les modèles d'Arrow-Fisher (1974), Henry (1974), Freixas-Laffont (1984) est démontrée l'existence de "l'effet irréversibilité" : *à une structure d'information*

[4]Le lecteur aura peut-être l'impression que nous nous restreignons à une situation d'incertitude extrême, alors que dans le chapitre 1 nous décrivions des gradations plus subtiles dans l'incertitude. Mais ce choix restrictif vient de la difficulté technique à résoudre des problèmes d'optimisation avec ces outils.

plus fine doit être associée une décision optimale plus flexible. Ce résultat ne dit rien en matière de "précaution". Les travaux théoriques plus récents (Kolstad 1996, Ulph-Ulph 1997, Gollier-Jullien-Treich 2000) qui se sont inspirés du problème des gaz à effet de serre étudient les décisions en matière d'émissions de gaz à effet de serre aujourd'hui. Sans être définie clairement est introduite la précaution de manière intuitive : réduire les émissions, c'est limiter l'ampleur du réchauffement climatique si le lien entre gaz à effet de serre et climat existe. La dimension flexibilité reste présente : réduire les émissions, c'est augmenter les possibilités de choix du niveau futur du stock de gaz à effet de serre présents dans l'atmosphère[5]. Réduire les émissions aujourd'hui c'est s'offrir à la fois de la flexibilité et de la précaution. Or, dans ces modèles traitant du réchauffement climatique, l'effet de l'information ne peut être déterminé sans équivoque[6]. D'où l'impression que "l'effet irréversibilité" démontré dans les modèles fondateurs n'était plus nécessairement vérifié dans des modèles plus complexes.

En fait, ces résultats ne sont pas liés à la présence d'irréversibilités : sans contrainte d'irréversibilité[7] on retrouve la même ambiguïté. La clarification que nous proposons est d'isoler les effets induits par la présence d'irréversibilités de ceux produits par d'autres élements : information, précaution. Ceci nous conduit à proposer une *caractérisation formelle de la précaution de façon à la distinguer de la flexibilité.* Même si dans les situations considérées en général dans la littérature, précaution et flexibilité semblent aller de pair, on peut fort bien imaginer que flexibilité et précaution puissent être antinomyques. Par exemple, en stoppant précautionneusement l'énergie nucléaire on se prive peut-être d'innovation future dans ce domaine.

[5] Cette dimension de flexibilité provient de l'impossibilité de destocker. Cette contrainte d'irréversibilité serait relâchée si les recherches sur les puits de carbone débouchaient sur des techniques efficaces de stockage.

[6] Dans certains cas particuliers, Gollier et alii (2000) exhibent des conditions nécessaires et suffisantes qui permettent de lever cette ambiguïté. Ils expliquent l'ambigüté des résultats par la présence de deux effets contradictoires : un effet de précaution qui est contrarié par un effet richesse (plus d'information augmente le bien être futur et pousse à émettre plus aujourd'hui).

[7] C'est à dire si l'on envisage que l'on puisse destocker en seconde période.

Nous distinguons alors tout d'abord un *effet irréversibilité pur* qui traduit le fait que la présence d'irréversibilité induit des décisions de première période plus flexibles.

Ensuite, en l'absence de contrainte d'irréversibilité, nous définissons un *effet informationnel pur* qui traduit le fait qu'une information plus précise conduit à prendre des décisions de première période plus précautionneuses.

Enfin nous considérons un *effet irréversibilité informationnel* qui traduit le rôle de l'irréversibilité par rapport à celui de l'information dans le sens suivant : nous disons qu'il existe un *effet irréversibilité informationnel* si, lorsqu'il existe un *effet informationnel pur*, en présence d'une contrainte d'irréversibilité, une information plus précise conduit à prendre des décisions plus flexibles.

Nous montrons alors que l'*effet irréversibilité pur* est toujours présent, que l'*effet informationnel pur* n'est pas toujours avéré mais que lorsqu'il est présent, l'*effet irréversibilité informationnel* existe toujours.

Le chapitre est alors organisé comme suit. Dans la section 2, nous présentons une fonction d'utilité dont nous montrons qu'elle généralise quelques unes des formes étudiées dans la littérature générale et nous introduisons ensuite le critère Maxmin appliqué dans ce problème de décision séquentiel. Nous concluons cette section par la typologie que nous proposons. Dans la section 3, nous énonçons les résultats principaux et nous montrons que ces résultats étendent les résultats de la littérature au cadre non-Bayésien. Ces résultats permettent aussi de faire apparaître l'existence d'un effet irréversibilité informationnel. Dans la section 4, nous étudions plus précisément si une situation d'incertitude totale conduit à prendre des décisions plus flexibles ou plus précautionneuses que dans une situation probabilisée. Il s'avère notamment que le critère Max-min n'induit pas nécessairement des choix plus flexibles. Pour des raisons de clarté, les développements techniques, longs du fait que le critère max-min introduit des points de non-différenciabilité, sont reportés en annexe.

1 Le modèle

Le modèle général que nous proposons est simplifié au maximum afin de faire apparaître de la manière la plus évidente possible les différences de résultats entre notre approche et une approche Bayésienne.

1.1 La fonction objectif, hypothèses et liens avec la littérature

Nous considérons un problème de décision séquentielle à deux périodes. La fonction d'utilité intertemporelle est de la forme suivante :

$$U_1(c_1) + U_2(c_2) + V(s, \theta) \text{ avec } s = \delta c_1 + c_2$$

où $c_1 \geq 0$ est la décision de première période, c_2 celle de seconde période, δ est un taux de survie, $\delta \geq 0$ et θ l'état du monde.

U_1 et U_2 sont les fonctions qui représentent l'utilité retirée directement des décisions de chaque période et V est une fonction d'utilité liée à un stock et qui sera obtenue en seconde période.

L'interprétation des variables c_1 et c_2 dépend du contexte.

Comme nous le verrons plus loin, cette forme fonctionnelle permet d'englober différents modèles de la littérature sur les irréversibilités.

Nous formalisons les caractéristiques du problème de la manière suivante.

1. *L'incertitude :*

   Nous supposons que l'ensemble des états du monde Ω est réduit à 2 états du monde $\{\theta_1, \theta_2\}$ et que l'agent est dans une situation d'incertitude totale, c'est à dire qu'il juge possible toutes les distributions de probabilité. Dans la section 3, nous comparerons les résultats obtenus avec le cas Bayésien où l'agent serait doté en première période de croyances probabilisées $(p,\, 1-p)$ sur Ω.

2. *L'information :*

Nous considérerons deux structures d'information pour la statique comparative : l'information parfaite, i.e l'agent apprend quel est le vrai état du monde avant de réaliser son choix de seconde période et le cas de l'absence totale d'information où l'agent ne reçoit aucune nouvelle information entre la première et la seconde période.

3. *L'irréversibilité :*

   Nous serons amenés à considérer également deux problèmes de décision : un problème de décision avec irréversibilité et un problème de décision sans irréversibilité. Nous dirons qu'un problème de décision est irréversible s'il existe une (ou des) décision(s) de première période c_1 qui restreint (restreignent) l'ensemble des choix futurs disponibles[8]. L'irréversibilité que nous considérons est donc une irréversibilité forte. Elle exprime une impossibilité de retour en arrière. Elle se traduit dans notre modèle par une contrainte sur c_2, à savoir $c_2 \geq 0$. On parlera de contrainte d'irréversibilité. On comparera les décisions initiales de la manière suivante.

   Dans un problème avec irréversibilité, on dira qu'une décision c_1 est plus *irréversible* qu'une décision c'_1 si elle restreint davantage l'ensemble des choix possibles de seconde période. Cela se traduit dans notre modélisation par $c_1 > c'_1$. Si on considère l'exemple de l'effet de serre, un niveau d'émission de CO_2 plus important correspond à une décision plus irréversible.

   En couplant les différentes alternatives possibles en matière d'information et d'irréversibilité, l'agent sera confronté à l'un des quatre problèmes de décision séquentielle suivants selon la structure d'information et l'irréversibilité ou non du problème :

   - absence d'information et irréversibilité, (AI, I)

[8] Prenons un exemple.Considérons un ensemble de choix initial réduit à deux décisions possibles : la préservation ou non d'un bien environnemental. Si la décision initiale est de préserver le bien alors en seconde période l'ensemble de choix sera inchangé. Par contre, si la décision initiale est de ne pas préserver le bien alors en seconde période, le décideur sera contraint à prendre la même décision.

- information parfaite et irréversibilité, (IP, I)
- absence d'information et absence d'irréversibilité, (AI, F)
- information parfaite et absence d'irréversibilité, (IP, F).

4. *La précaution :*

   Indépendamment de la qualification d'une décision en terme d'irréversibilité, on peut notamment, dans un problème sans contrainte d'irréversibilité, introduire une comparaison des décisions en terme de précaution.

   La définition que nous retenons traduit l'idée qu'une décision est précautionneuse si quel que soit l'état du monde, elle ne réduit pas le niveau de bien-être futur et formellement nous dirons que la décision c_1 est plus *précautionneuse* que la décision c_1' si

$$\forall \theta_i, \underset{c_2}{Max}\ U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i) \geq \underset{c_2}{Max}\ U_2(c_2) + V(\delta c_1' + c_2, \theta_i)$$

La forme retenue pour la fonction d'utilité généralise un certain nombre de modèles classiques que nous avons présentés dans le chapitre précédent.

Par exemple, pour les irréversibilités décisionnelles dans le choix du niveau de développement (ou le degré de préservation d'un bien environnemental), les auteurs (Arrow-Fisher[9] 1974, Henry 1974, Freixas-Laffont 1984) utilisaient des fonctions d'utilité intertemporelle de la forme

$$V_1(x) + V_2(y, \theta)$$

avec la contrainte d'irréversibilité $y \geq x$. La variable x est interprétée comme le niveau de développement atteint en première période, y le niveau de développement en deuxième période, la contrainte d'irréversibilité reflète l'impossibilité d'un retour en arrière et θ l'incertitude sur la rentabilité du projet de développement. En posant, $c_1 = x$ et $c_2 = y - x$, on est ramené à la forme $V_1(c_1) + V_2(c_1 + c_2, \theta)$ avec la contrainte

[9] Le modèle d'Arrow-Fisher est spécifique car ils font l'hypothèse de séparabilité intertemporelle des variables de choix et les fonctions sont linéaires.

d'irréversibilité $c_2 \geq 0$ qui est bien un cas particulier de la forme que nous examinons, c_1 et c_2 sont alors le développement entrepris à chaque période. On peut remarquer que dans ce modèle, l'aspect "précaution" est inexistant au sens de la définition que nous avons proposée : toutes les décisions c_1 sont également précautionneuse[10].

Parmi les modèles traitant des émissions de gaz à effet de serre, Ulph et Ulph (1997) utilisent la forme simple :

$$U_1(c_1) + U_2(c_2) - \theta D(\delta c_1 + c_2)$$

avec les contraintes $c_1 \geq 0, c_2 \geq 0$. c_1 et c_2 représentent les émissions de CO_2 pour la première période et la deuxième période. δ est le taux de survie de carbone d'une période à l'autre. $D(\delta c_1 + c_2)$ fonction croissante, représente le dommage du aux émissions de CO_2 et est supposée croissante et convexe. L'incertitude porte uniquement sur l'intensité θ du dommage. La forme de la fonction objectif retenue par ces auteurs est clairement un cas particulier de la fonctionnelle que nous considérons.

Gollier et alii (2000) recourent à la forme :

$$U_1(c_1) + U_2(c_2 - \theta(\delta c_1 + c_2))$$

avec les contraintes $c_1 \geq 0, c_2 \geq 0$ (c_1 et c_2 sont les émissions de CO_2) et θ est la variable aléatoire représentant la conséquence de ces émissions. Cette fonctionnelle échappe à notre généralisation.

Pour ces deux dernières fonctions d'utilité, on peut démontrer qu'une décision c_1 est plus *précautionneuse* que c_1' ssi $c_1 \geq c_1'$: les notions de précaution et d'irréversibilité coïncident ce qui dans le cadre du réchauffement climatique paraît naturel.

Pour la forme fonctionnelle que nous étudions, $U_1(c_1) + U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta)$, nous faisons les hypothèses suivantes.

Hypothèse 1 Les fonctions U_1, U_2 et V sont strictement concaves et deux fois différentiables.

---

[10] En l'absence de la contrainte d'irréversibilité, on peut toujours trivialement obtenir le maximum de $V_2(c_1 + c_2, \theta)$.

Avec la concavité, nous reprenons une hypothèse standard faite dans ces modèles et la stricte concavité nous permet de garantir l'unicité des solutions ce qui nous simplifie notre analyse.

Hypothèse 2 $\forall \theta_i \ Arg \max\limits_{c_1,c_2} U_1(c_1) + U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)$ sont finies et $\forall \theta_i, \forall c_1$ $Arg \max\limits_{c_2} U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)$ est finie.

Cette hypothèse est elle aussi standard.

Notons que nous ne faisons aucune hypothèse sur le sens de variation des fonctions U_1, U_2 et V et notamment que nous ne supposons aucunement la décroissance de V. Notons également que les hypothèses 1 et 2 ne suffisent pas pour qu'une décision c_1 soit plus *précautionneuse* que c_1' si et seulement si $c_1 \geq c_1'$, et par conséquent il n'y a pas a priori de coïncidence entre l'ordre "moins irréversible" et l'ordre "plus précautionneux". Toutefois, le lemme ci-dessous décrit les situations possibles pour l'ordre "plus précautionneux".

Lemme 1 *Sous les hypothèses 1 et 2, une et une seules des quatre situations mutuellement exclusives suivantes est possible*

(1) $\forall c_1, c_1'$, *une décision* c_1 *est plus précautionneuse que* c_1' *ssi* $c_1 \leq c_1'$,

(2) $\forall c_1, c_1'$, *une décision* c_1 *est plus précautionneuse que* c_1' *ssi* $c_1 \geq c_1'$,

(3) il existe $\underline{c_1}$ *et* $\overline{c_1}$ *tel que*

- $\underline{c_1} \leq \overline{c_1}$,

-$\forall c_1, c_1'$ *si* $c_1, c_1' \leq \underline{c_1}$ *alors une décision* c_1 *est plus précautionneuse que* c_1' *ssi* $c_1 \geq c_1'$

-$\forall c_1, c_1'$ *si* $c_1, c_1' \geq \overline{c_1}$ *alors une décision* c_1 *est plus précautionneuse que* c_1' *ssi* $c_1 \geq c_1'$.

(4) il existe c_1^*, *tel que au moins l'une des possibilités suivantes est vérifiée :*

-$\forall c_1, c_1'$ *si* $c_1, c_1' \leq c_1^*$, *la décision* c_1 *n'est pas comparable avec la décision* c_1' *en terme de précaution,*

-$\forall c_1, c_1'$ *si* $c_1, c_1' \geq c_1^*$, *la décision* c_1 *n'est pas comparable avec la décision* c_1' *en terme de précaution.*

Preuve

Toutes les preuves sont données en annexe ■

Cette caractérisation s'explique ainsi. Nous verrons plus loin en annexe que la fonction valeur

$$J^F(c_1, \theta_i) = \underset{c_2}{Max}\ U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)$$

est telle que sa dérivée $\frac{dJ^F(c_1,\theta_i)}{dc_1}$ est une fonction décroissante qui s'exprime en fonction de $V'(., \theta_i)$.

Alors si pour $\theta_i = \theta_1, \theta_2$, la fonction $V(s, \theta_i)$ est toujours décroissante, ce qui est le cas du modèle de Ulph et Ulph (1997), alors on est dans le cas 1 du lemme 1.

Si, comme dans les modèles d'irréversibilité décisionnelle, la fonction $V(s, \theta_i)$ présente un maximum, alors on est dans le cas 3 du lemme 1.

Les deux autres situations sont théoriquement possibles mais semblent peu pertinentes d'un point de vue environnemental.

Le cas 2 correspond à des fonctions $V(s, \theta_i), i = 1, 2$ toujours croissantes.

Le cas 4 se produit par exemple quand l'une des fonctions $V(s, \theta_i), i = 1, 2$ est toujours décroissante et l'autre toujours croissante : dans ce cas on ne peut faire aucune comparaison en terme de précaution.

1.2 Application du critère Max-min

Initialement, l'agent est dans une situation d'incertitude totale. Nous supposons alors qu'il évalue les options possibles selon le critère Max-min. Nous décrivons également le problème de décision séquentiel tel qu'il serait traité par un agent Bayésien. Nous considérons chacune des situations. Nous comparerons les deux situations.

– *Absence d'information et présence d'irréversibilité.*

- Critère Maxmin

Pour son choix de seconde période, l'agent ne dispose d'aucune information supplémentaire et son choix optimal revient à $\underset{c_2 \geq 0}{Max}\{\underset{\theta_i}{Min}\ \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)\}\}$.

Au total, son objectif de maximisation de son utilité intertemporelle le conduit à choisir et à évaluer son plan optimal de la manière suivante :

$$\underset{c_1 \geq 0}{Max}\ \{U_1(c_1) + \underset{c_2 \geq 0}{Max}\{\underset{\theta_i}{Min}\ \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)\}\}\}$$

- Dans un cadre Bayésien où l'agent disposerait de croyances probabilisées $(p, 1-p)$ sur $\{\theta_1,\ \theta_2\}$, le problème de maximisation serait :

$$\underset{c_1 \geq 0}{Max}\ \{U_1(c_1) + \underset{c_2 \geq 0}{Max}\ \{U_2(c_2) + pV(\delta c_1 + c_2, \theta_1) + (1-p)V(\delta c_1 + c_2, \theta_2)\}\}$$

– *Information parfaite et présence d'irréversibilité.*

- Critère Maxmin

En deuxième période, l'agent sait quel est le vrai état du monde θ_i et son choix optimal sera alors de maximiser $\underset{c_2 \geq 0}{Max}\ \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)\}$. Anticipant son choix optimal de seconde période mais étant totalement incertain sur l'information qu'il recevra, il évalue ex ante la valeur de son choix de seconde période par

$$\underset{\theta_i}{Min}\{\underset{c_2 \geq 0}{Max}\ \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)\}\}$$

Au total, son objectif de maximisation de son utilité intertemporelle le conduit à choisir et à évaluer son plan optimal ainsi :

$$\underset{c_1 \geq 0}{Max}\ \{U_1(c_1) + \underset{\theta_i}{Min}\{\underset{c_2 \geq 0}{Max}\ \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)\}\}\}$$

- Dans un cadre Bayésien, on aurait :

$$\underset{c_1 \geq 0}{Max}\ \{U_1(c_1) +$$
$$\{p\ \underset{c_2 \geq 0}{Max}\ (U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)) + (1-p)\ \underset{c_2 \geq 0}{Max}\ (U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i))\}\}$$

– *Absence d'information et absence d'irréversibilité.*

- Critère Maxmin

Le critère de décision et d'évaluation est identique au premier cas excepté qu'il n'y a plus désormais de contrainte d'irréversibilité $c_2 \geq 0$. D'où le critère

$$\underset{c_1 \geq 0}{Max} \{U_1(c_1) + \underset{c_2}{Max}\{\underset{\theta_i}{Min} \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)\}\}\}$$

- Dans un cadre Bayésien :

$$\underset{c_1 \geq 0}{Max} \{U_1(c_1) + \underset{c_2}{Max} \{U_2(c_2) + pV(\delta c_1 + c_2, \theta_1) + (1-p)V(\delta c_1 + c_2, \theta_2)\}\}$$

– *Information parfaite et absence d'irréversibilité*

- Critère Maxmin

Par rapport à la seconde situation, la seule différence est aussi l'absence de contrainte d'irréversibilité, d'où :

$$\underset{c_1 \geq 0}{Max} \{U_1(c_1) + \underset{\theta_i}{Min}\{\underset{c_2}{Max} \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)\}\}\}$$

- Dans un cadre Bayésien :

$$\underset{c_1 \geq 0}{Max} \{U_1(c_1) +$$
$$\{p \underset{c_2}{Max} (U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_1)) + (1-p) \underset{c_2}{Max} (U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_2))\}\}$$

Remark 1 *Le traitement que nous venons de proposer est la simple application des techniques de l'optimisation dynamique. Dans la littérature (voir par exemple Epstein et Le Breton, 1993), s'est développée une importante discussion sur l'incohérence dynamique des modèles non Bayésiens, incohérence dynamique qui rendrait problématique le recours à au technique de l'optimisation dynamique. Toutefois, pour le critère Max-min il n'existe pas de tel problème d'incohérence dynamique ce qui permet d'appliquer les techniques usuelles de traitement par implémentation arrière. On peut vérifier notamment que traiter, comme nous le faisons, les arbres de décision* *par implémentation arrière ou le traiter en mettant ces arbres sous forme stratégique et en recherchant les stratégies optimales conduit aux mêmes choix optimaux et à la même évaluation. C'est par exemple le cas en information parfaite et présence d'irréversibilité. On peut vérifier que :*

$$\begin{aligned} & \underset{c_1 \geq 0}{Max} \{U_1(c_1) + \underset{\theta_i}{Min}\{\underset{c_2 \geq 0}{Max} \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)\}\}\} \\ = & \underset{c_1 \geq 0,\, c_{2i} \geq 0}{Max} \{\underset{\theta_i}{Min} \{U_1(c_1) + U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)\}\} \end{aligned}$$

Le second terme représente le critère de décision pour traiter le problème sous forme stratégique et le premier correspond à la résolution par implémentation arrière.

1.3 Qu'est ce que l'effet irréversibilité ?

La définition de l'effet irréversibilité introduite originellement dans le cadre des problèmes d'irréversibilité décisionnelle nous semble inadéquate dans un cadre plus général. Aussi, introduisons-nous une typologie différente. Nous notons :
- $c_1^{I,AI}$, la décision optimale de première période avec irréversibilité (I), en absence d'information (AI)
- $c_1^{F,AI}$ la décision optimale de première période sans irréversibilité (F), en absence d'information (AI).
- $c_1^{I,IP}$, la décision optimale de première période avec irréversibilité (I), en information parfaite (IP)
- $c_1^{F,IP}$la décision optimale de première période sans irréversibilité (F), en information parfaite (IP).

La définition standard de l'effet irréversibilité énonce ainsi :

"à une structure d'information plus fine, doit être associée une décision initiale moins irréversible".

Elle repose donc sur la comparaison de $c_1^{I,AI}$ et $c_1^{I,IP}$, c'est à dire sur l'effet d'un affinement de la structure d'information lorsqu'il y a une contrainte d'irréversibilité. Dans les problèmes d'irréversibilité décisionnelle, sous des hypothèses standard sur la forme des fonctions d'utilité et dans un cadre Bayésien, l'effet irréversibilité est bien vérifié, c'est-à-dire $c_1^{I,IP} \leq c_1^{I,AI}$, autrement dit une amélioration de l'information attendue se traduit par une décision plus flexible en première période. Dans ces modèles, la présence d'une contrainte d'irréversibilité est essentielle puisque sans cette contrainte, on a $c_1^{F,AI} = c_1^{F,IP}$.

L'introduction des externalités intertemporelles rend les choses plus confuses car l'inégalité $c_1^{I,IP} \leq c_1^{I,AI}$ n'est plus nécessairement vérifiée. Mais il faut noter que l'on n'a plus non plus l'égalité $c_1^{F,AI} = c_1^{F,IP}$. De ce fait, Gollier et alii (2000) s'intéressent avant tout à ce qu'ils appellent un "effet de précaution" lorsque $c_1^{F,IP} \leq c_1^{F,AI}$[11]. Nous parlerons pour notre part "d'effet informationnel pur".

Dire que l'effet irréversibilité n'est pas vérifié lorsque $c_1^{I,IP} > c_1^{I,AI}$ est ambigu car en fait on peut tout à fait avoir la situation dans laquelle on aurait $c_1^{I,IP} = c_1^{F,IP} > c_1^{I,AI} = c_1^{F,AI}$ c'est à dire une situation où la contrainte d'irréversibilité n'est pas liante et c'est donc l'information seule qui n'a pas l'effet voulu. Dans ce cas, il est délicat de parler d'un effet inversé des irréversibilités alors que justement la contrainte d'irréversibilité ne joue aucun rôle contraignant. L'information joue donc en soi un rôle qu'il faut distinguer de celui de l'irréversibilité. La typologie proposée ici permet d'éviter la confusion des différents effets.

Définition 1 *Il y a un effet irréversibilité pur si à structure d'information donnée, la contrainte d'irréversibilité induit des décisions optimales moins irréversibles en première période, i.e* $c_1^{I,AI} \leq c_1^{F,AI}$ *et* $c_1^{I,IP} \leq c_1^{F,IP}$

Cet effet n'est en général pas étudié dans la littérature[12] alors que d'une certaine manière, il correspond à l'idée la plus naturelle que l'on puisse se faire d'un "effet irréversibilité". L'existence d'une contrainte d'irréversibilité introduit un arbitrage pour le décideur entre ses objectifs de première période et sa flexibilité décisionnelle de seconde période. Il s'agit donc de vérifier que cet arbitrage conduit bien le décideur

[11] Comme nous l'avons vu plus haut, pour les modèles de réchauffement climatique, moins émettre en première période, c'est être plus précautionneux.

[12] Peut-être parce qu'il est trop évident ?

à faire des choix moins irréversibles, celui-ci cherchant à relâcher ses contraintes de choix en seconde période.

Définition 2 *Il y a un effet informationnel pur si, en l'absence de contrainte d'irréversibilité, une structure d'information plus fine induit une décision optimale plus précautionneuse en première période.*

Lorsqu'être plus précautionneux est équivalent à réduire c_1, alors l'*effet informationnel pur* correspond formellement à $c_1^{F,IP} \leq c_1^{F,AI}$.

Définition 3 *Il y a un effet irréversibilité informationnel si la contrainte d'irréversibilité "amplifie" l'effet informationnel pur c'est-à-dire si* $c_1^{F,IP} \leq c_1^{F,AI}$ [13] *on a alors* $c_1^{I,IP} \leq c_1^{I,AI}$

Il s'agit d'un effet de second ordre : quand la notion de précaution coïncide avec celle d'irréversibilité, l'introduction de la contrainte d'irréversibilité maintient l'effet informationnel pur qui existait sans irréversibilité[14]. Lorsque $c_1^{F,AI} = c_1^{F,IP}$, l'existence d'un effet irréversibilité informationnel est équivalent à "l'effet irréversibilité" tel que désigné dans la littérature. L'effet irréversibilité informationnel a donc été démontré dans un cadre Bayésien pour les modèles d'irréversibilité décisionnelle. Mais il n'existe aucun résultat sur celui-ci pour les autres types de modèle.

Contrairement à la définition standard de l'effet irréversibilité, cette dernière définition permet de faire la part entre le rôle de l'information et celui des irréversibilités.

2 Résultats principaux

Nous analysons la validité des différents effets définis dans la section précédente en situation d'incertitude totale et probabilisée. La proposition suivante établit les résultats en situation d'incertitude totale :

[13] On est dans le cas où pour être plus précautionneux il faut réduire c_1.

[14] On aurait pu souhaiter une caractérisation quantitative pour cette "amplification", mais par exemple, une définition du type $(c_1^{I,AI} - c_1^{I,IP}) \geq (c_1^{F,AI} - c_1^{F,IP})$ est impossible à vérifier.

Proposition 1 *Sous les hypothèses 1 et 2, en incertitude totale et avec le critère de Max-min :*

(i) L'effet irréversibilité pur est vérifié : à structure d'information donnée, la contrainte d'irréversibilité induit des décisions optimales moins irréversibles en première période, i.e. $c_1^{F,AI} \geq c_1^{I,AI}$ *et* $c_1^{F,IP} \geq c_1^{I,IP}$

(ii) L'effet informationnel pur n'est pas nécessairement vérifié : en l'absence de contrainte d'irréversibilité, l'information parfaite n'induit pas nécessairement des décisions de première période plus précautionneuses que l'absence d'information.

(iii) Si $c_1^{F,AI} \geq c_1^{F,IP}$ *alors on a aussi* $c_1^{I,AI} \geq c_1^{I,IP}$ et par conséquent ceci implique que *l'effet irréversibilité informationnel est vérifié.*

La présence d'irréversibilité a un double effet :

- la présence d'irréversibilité rend les décisions courantes plus flexibles quelle que soit la structure informationnelle,

- l'effet irréversibilité informationnel est vérifié.

Au total, la présence d'irréversibilité joue bien le rôle que l'on s'attend à lui voir jouer. Ces résultats jouent positivement en faveur de notre typologie pour faire la part entre le rôle de l'information et celui des irréversibilités. A contrario, on ne pouvait distinguer les 2 rôles avec la définition standard de l'effet irréversibilité. Gollier et alii (2000) notaient qu'ils obtenaient les mêmes conditions suffisantes pour l'effet informationnel (effet précaution dans leur terminologie) et l'effet irréversibilité dans leur modèle. Même si la formalisation que nous avons retenu n'est pas une généralisation de leur modèle, on peut tout à fait comprendre leur résultat à partir des nôtres : puisque que l'effet irréversibilité informationnel est toujours vérifié, ceci implique que l'effet irréversibilité (selon la définition standard) est vérifiée à partir du moment où l'effet informationnel pur est vérifié.

Par ailleurs, on retrouve donc dans nos résultats le fait que l'arrivée d'information a quant à elle un effet ambigu sur la précaution des décisions courantes. Ce résultat n'est guère surprenant car il n'y a guère d'intuition sur le fait qu'en général une information plus fine devrait rendre les décisions plus précautionneuses.

Dans le cas d'une incertitude probabilisée, on retrouve des résultats identiques. C'est ce qu'établit la proposition suivante :

Proposition 2 *Sous les hypothèses 1 et 2, en incertitude probabilisée avec le modèle d'espérance d'utilité*[15] *:*

(i) L'effet irréversibilité pur est vérifié : à structure d'information donnée, la contrainte d'irréversibilité induit des décisions optimales plus précautionneuses en première période, i.e. $\forall p \in [0,1]$, $c_1^{F,AI}(p) \geq c_1^{I,AI}(p)$ *et* $c_1^{F,IP}(p) \geq c_1^{I,IP}(p)$

(ii) L'effet informationnel pur n'est pas nécessairement vérifié : en l'absence de contrainte d'irréversibilité, l'information parfaite n'induit pas nécessairement des décisions de première période plus précautionneuses.

(iii) Si $c_1^{F,AI}(p) \geq c_1^{F,IP}(p)$ *alors on a aussi* $c_1^{I,AI}(p) \geq c_1^{I,IP}(p)$ et par conséquent ceci implique que l'effet irréversibilité informationnel est vérifié.

Si on précise la fonction d'utilité, on peut spécifier les résultats. C'est le cas par exemple si on considère un modèle d'irréversibilité décisionnelle, c'est à dire quand la fonction d'utilité intertemporelle est de la forme $U_1(c_1)+V(c_1+c_2,\theta_i)$: la fonction d'utilité en seconde période n'est donc fonction que du stock $\delta c_1 + c_2$ avec $\delta = 1$.

Proposition 3 *Sous les hypothèses 1 et 2 et si* $\forall c_2$, $U_2(c_2) = 0$ alors e*n l'absence de contrainte d'irréversibilité, la structure d'information n'a pas d'influence sur le choix de première période i.e :* $c_1^{F,AI} = c_1^{F,IP}$

On retrouve de fait en incertitude totale, l'équivalent des résultats connus en incertitude probabilisée.

Si on considère maintenant les modèles traitant du réchauffement climatique, ils ont la particularité de présenter une structure particulière avec l'existence d'un "mauvais" état du monde sur lequel le critère Max-min se "focalise". Dans le modèle

[15] On note c_1 la décision optimale induite par l'implémentation du critère Maxmin et $c_1(p)$ la décision optimale induite par le critère Espérance d'utilité avec $p = \Pr ob(\theta = \theta_1)$.

d'Ulph et Ulph (1997) où la fonction d'utilité est

$$U_1(c_1) + U_2(c_2) - \theta_i D(\delta c_1 + c_2)$$

avec par exemple $\theta_1 < \theta_2$, θ_2 est ce "mauvais" état du monde. Dès lors, en incertitude totale, quelle que soit la situation d'information, le critère Max-min va conduire à se focaliser sur l'état θ_2 et on maximisera simplement la fonction suivante

$$U_1(c_1) + V_2(c_2) - \theta_2 D(\delta c_1 + c_2)$$

Dans ce cas, la structure d'information n'a pas d'influence sur les décisions de première période i.e : $c_1^{F,AI} = c_1^{F,IP}$ et $c_1^{I,AI} = c_1^{I,IP}$. Ainsi, l'information a un effet nul. Ce résultat en incertitude totale se distingue de celui établit par Ulph et Ulph (1997) en incertitude probabilisée où ceux-ci exhibent des exemples où ils obtiennent $c_1^{F,AI}(p) < c_1^{F,IP}(p)$.

3 Comparaison des comportements en incertitude totale et en incertitude probabilisée

Si dans les grandes lignes, les résultats principaux sont qualitativement équivalents dans les deux situations d'incertitude, ce qui montre que l'influence de la présence d'irréversibilité ne dépend pas de la nature de l'incertitude à laquelle on est confrontée, on peut se demander si quantitativement, le comportement est identique. Notamment, l'intuition suggère que la situation d'incertitude totale devrait rendre les comportements plus "frileux" et que cela pourrait se traduire par des décisions plus précautionneuses ou moins irréversibles qu'en incertitude probabilisée. Cette intuition on va le voir, n'est pas confirmée par les résultats obtenus.

Pour mener cette analyse, nous nous contentons d'examiner le modèle simple des irréversibilités décisionnelles (Arrow et Fisher 1974, Henry 1974, Freixas et Laffont 1984), c'est à dire à une fonction d'utilité de la forme $U_1(c_1) + V(c_1 + c_2, \theta)$.

Proposition 4 *Il existe des problèmes de décision pour lesquels il existe une probabilité p telle que la décision optimale issue du critère Maxmin est plus irréversible que celle issue du critère Bayésien, i.e.* $c_1^{I,AI} > c_1^{I,AI}(p)$ *et/ou* $c_1^{I,IP} > c_1^{I,IP}(p)$.

L'exemple que nous proposons pour démontrer ce résultat exploite la possibilité suivante : la contrainte d'irréversibilité peut être liante dans un cadre Bayésien pour des niveaux de c_1 plus faibles que dans une situation d'incertitude totale, ce qui explique la possibilité d'observer $c_1^{I,AI} > c_1^{I,AI}(p)$.

L'utilisation du critère Maxmin, critère qualifié de pessimiste, n'induit donc pas nécessairement l'agent à prendre des décisions moins irréversibles. Toutefois, ces résultats contre-intuitifs ne peuvent se produire que dans des cas particuliers. A contrario, la proposition suivante indique des conditions qui nous assurent que le critère du Max-min conduit à prendre des décisions de première période moins irréversibles que dans une situation probabiliste.

Proposition 5 *Sous les hypothèses 1 et 2, si* $\forall c_2,\ U_2(c_2) = 0$ et $\delta = 1$,

a) En situation d'information parfaite et en incertitude totale, si pour la solution optimale la contrainte d'irréversibilité n'est pas saturée dans les deux états du monde alors $\forall p \in [0,1]$,

$$c_1^{I,AI} = c_1^{I,AI}(p) = c_1^{F,AI} = c_1^{F,AI}(p) = c_1^{I,IP} = c_1^{I,IP}(p) = c_1^{F,IP} = c_1^{F,IP}(p)$$

b) En situation d'information parfaite et en incertitude totale, si pour la solution optimale la contrainte d'irréversibilité est saturée dans un seul des états du monde avec de plus $U_1'(c_1^{I,IP}) \neq 0$[16], alors $\forall p \in]0,1[\ c_1^{I,IP} < c_1^{I,IP}(p)$.

Dans le cas a), le fait que la contrainte d'irréversibilité n'est pas saturée dans les deux états du monde, signifie que la décision de première période n'empêche pas d'obtenir l'utilité maximale en seconde période. Ceci indique que la contrainte d'irréversibilité n'a pas d'effet. En fait, on est dans une situation où le problème

[16] Cette condition implique que pour le plus mauvais état du monde à l'optimum, la contrainte est liante.

de décision séquentiel peut être traité indépendemment pour les deux périodes et en première période on peut se contenter de rechercher la solution qui maximise U_1 sans se préoccuper de la seconde période. Ceci explique les résultats.

La situation b) est une situation qu'il paraît naturel de rencontrer : en seconde période, la contrainte n'est saturée que dans un seul état (par exemple, l'état où l'on apprend que le niveau de dommage est élevé et qu'il faut donc préserver). Le critère Max-min tient alors plus compte de cet état (qui est le mauvais état du monde) qu'un critère Bayésien qui pondère les 2 états du monde et c'est ce qui explique le résultat.

Notons que c'est uniquement dans cette situation *b)* qu'il peut éventuellement exister un effet irréversibilité informationnel positif et donc dans ce cas là, c'est le critère Max-min qui conduit l'agent à faire un choix moins irréversible en information parfaite.

En situation d'incertitude totale, traiter artificiellement de manière Bayésienne le problème de décision n'est pas anodin. Rappelons que c'est le critère Max-min qui permet de nous assurer du meilleur niveau d'utilité dans la pire des éventualités et cela quelle que soit la situation considérée. Le traitement Bayésien revient à tenir également compte dans les arbitrages du dommage marginal dans les états du monde qui ne sont pas les plus mauvais.

D'autre part, comme le montre le résultat suivant, le critère Max-min n'est pas réductible à un traitement probabiliste.

Proposition 6 *Sous les hypothèses 1 et 2, si* $\forall c_2$, $U_2(c_2) = 0$ et $\delta = 1$, *si il y a un effet irréversibilité informationnel positif en incertitude totale, i.e* $c_1^{I,IP} < c_1^{I,AI}$ *alors il n'existe pas de* $p \in [0,1]$ *tel que l'on ait simultanément* $c_1^{I,IP} = c_1^{I,IP}(p)$ *et* $c_1^{I,AI} = c_1^{I,AI}(p)$.

Ceci contredit l'idée répandue que le critère Max-min est un critère paranoïaque. En effet, ce résultat montre que le critère du Max-min ne correspond pas à se focaliser sur le pire, c'est à dire à mettre une probabilité 1 sur le "mauvais état du monde".

Au contraire, dans le cas intéressant où à la fois les irréversibilités et l'information jouent un rôle, il n'y a tout simplement pas un mauvais "état du monde" qui soit identifiable.

4 Conclusion

Nous avons tout d'abord proposé dans ce chapitre une typologie qui a permis de clarifier les rôles respectifs de l'information et des irréversibilités sur les décisions optimales. Nous avons montré que les résultats qualitatifs sont indépendants de la nature de l'incertitude à laquelle on fait face. Les effets d'irréversibilité pur et d'irréversibilité informationnel montrent que la présence d'irréversibilité doit conduire à adopter des comportements plus précautionneux.

Nous avons ensuite noté les différences entre un traitement Bayésien et le recours au critère du Max-min. Tout d'abord, le critère du Max-min rend en un sens les comportements moins irréversibles. Ensuite, contrairement à ce que l'on pourrait croire, le critère du Max-min ne revient généralement pas à mettre une probabilité 1 sur le "mauvais état du monde", tout simplement parce que l'on ne peut pas identifier un "état du monde" qui soit mauvais quelles que soient les circonstances et le critère Max-min n'est pas réductible à une situation probabilisée où l'on aurait choisi adéquatement la distribution de probabilité.

Dans le chapitre suivant, nous allons introduire la notion de valeur d'option. Elle a été introduite en même temps que l'effet irréversibilité (1974). Ce sont des concepts qui sont très liés.

5 Annexes

Il est d'usage dans la littérature qui traite de ce type de problème de décision séquentiel d'étudier précisément les fonctions valeurs de seconde période, c'est à dire l'utilité maximale de seconde période que l'on peut atteindre conditionnellement au choix de première période. En préalable à la démonstration des preuves des propositions, nous étudions plus précisément les choix optimaux conditionnels de seconde période, analyse qui est rendue délicate par l'*existence de points de non-différentiabilité induit par le critère Max-min*. Dans beaucoup de démonstrations, pour démontrer qu'une fonction est concave, nous devons démontrer qu'elle est concave par morceaux et qu'en tout point de non-différentiabilité sa dérivée à gauche est supérieure à sa dérivée à droite.

5.1 Les fonctions valeurs

5.1.1 Information parfaite.

On notera $I^{\theta_i}(c_1)$ et $F^{\theta_i}(c_1)$ les choix optimaux de seconde période en présence et en l'absence de la contrainte d'irréversibilité dans l'état θ_i et $J^I(c_1, \theta_i)$, $J^F(c_1, \theta_i)$ les fonctions valeurs correspondantes : pour $i = 1, 2$

$$\begin{aligned} J^I(c_1, \theta_i) &= U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) = \underset{c_2 \geq 0}{Max} \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)\} \\ J^F(c_1, \theta_i) &= U_2(F^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1), \theta_i) = \underset{c_2}{Max} \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)\} \end{aligned}$$

On notera

$$\begin{aligned} J^I(c_1) &= \underset{\theta_i}{Min}\ J^I(c_1, \theta_i) \\ J^F(c_1) &= \underset{\theta_i}{Min}\ J^F(c_1, \theta_i) \end{aligned}$$

les fonctions valeurs anticipées par l'agent lorsqu'il s'attend à recevoir une information parfaite.

Lemme 2 *Sous l'hypothèse 1 et 2 on a :*

(i) pour $i = 1, 2$, $I^{\theta_i}(c_1) = 0 \Leftrightarrow F^{\theta_i}(c_1) \leq 0$ *et* $F^{\theta_i}(c_1) \geq 0 \Leftrightarrow I^{\theta_i}(c_1) = F^{\theta_i}(c_1)$,

(ii) $I^{\theta_i}(c_1)$ *et* $F^{\theta_i}(c_1)$ *sont des fonctions décroissantes de* c_1 *avec* $\frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} \geq -\delta$ *et* $\frac{dF^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} \geq -\delta$,

(iii) $J^I(c_1, \theta_i)$ *et* $J^F(c_1, \theta_i)$ *sont des fonctions concaves,*

(iv) $J^I(c_1)$ et $J^F(c_1)$ sont des fonctions concaves.

Preuve

(i) évident

(ii) $F^{\theta_i}(c_1)$ est telle que

$$U_2'(F^{\theta_i}(c_1)) + V'(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1), \theta_i) = 0$$

En différenciant cette égalité par rapport à c_1,on obtient

$$\frac{dF^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} = -\delta . \frac{V''}{U_2'' + V''} \leq 0$$

et étant donnée l'hypothèse de stricte concavité on a $\frac{dF^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} \geq -\delta$.

Par le résultat (i), on en déduit aussi les résultats pour $I^{\theta_i}(c_1)$

(iii) La fonction $J^I(c_1, \theta_i)$ est partout continue mais il y a un problème éventuel de différentiabilité au point où $I^{\theta_i}(c_1) = F^{\theta_i}(c_1) = 0$ quand la contrainte devient liante. En dehors de ce point, on a

$$\frac{dJ^I(c_1, \theta_i)}{dc_1} = \left[U_2'(I^{\theta_i}(c_1)) + V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i)\right] \frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} + \delta V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i)$$

et étant données les conditions d'optimalité, le premier terme de l'expression de droite est nul : en effet, soit la contrainte d'irréversibilité n'est pas saturée à l'optimum et le terme $U_2' + V' = 0$, soit elle l'est et on a $\frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} = 0$. Pour $I^{\theta_i}(c_1) = F^{\theta_i}(c_1) = 0$, on a $U_2' + V' = 0$ et par conséquent, $\frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1}$ est bien défini en ce point également. Donc pour tout c_1,

$$\frac{dJ^I(c_1, \theta_i)}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i)$$

En différenciant une seconde fois (quand c'est possible), on obtient :

$$\frac{d^2 J^I(c_1, \theta_i)}{dc_1^2} = \delta . \left[\delta + \frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1}\right] V''(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i)$$

et du fait de l'hypothèse de stricte concavité et de $\frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} \geq -\delta$ on a par conséquent $\frac{d^2 J^I(c_1,\theta_i)}{dc_1^2} \leq 0$.

$J^I(c_1, \theta_i)$ est une fonction au moins concave par morceaux et comme $\frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1}$ est continu, elle est globalement concave.

La preuve est similaire pour $J^F(c_1, \theta_i)$.

(iv) Les fonctions $J^I(c_1)$ et $J^F(c_1)$ sont continues. La concavité des fonctions $J^I(c_1, \theta_i)$ et $J^F(c_1, \theta_i)$ implique la concavité par morceaux (sur les intervalles où $J^I(c_1) = J^I(c_1, \theta_i)$ pour le même θ_i et $J^F(c_1) = J^F(c_1, \theta_i)$ pour le même θ_i).

En un point où l'on a $J^I(c_1) = J^I(c_1, \theta_i) = J^I(c_1, \theta_{-i})$, $J^I(c_1') = J^I(c_1', \theta_i)$ à gauche de c_1, $J^I(c_1') = J^I(c_1', \theta_{-i})$ à droite de c_1, alors nécessairement $0 \geq \frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1} \geq \frac{dJ^I(c_1,\theta_{-i})}{dc_1}$ ce qui signifie que la dérivée à gauche de $J^I(c_1)$ est supérieure à sa dérivée à droite, ce qui démontre que $J^I(c_1)$ est concave sur l'ensemble de son domaine. La preuve est identique pour $J^F(c_1)$. ■

Le lemme 1 se déduit directement de ces résultats.

Preuve du lemme 1

Avec les notations introduites, c_1 est plus précautionneuse que c_1' si et seulement si $\forall i = 1, 2$ $J^F(c_1, \theta_i) \geq J^F(c_1', \theta_i)$. Or $\frac{dJ^F(c_1,\theta_i)}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1), \theta_i)$ et est décroissante en c_1. Il est aisé de vérifier qu'il ne peut y avoir d'autre situation que l'une des situations répertoriées dans le lemme 1. ■

5.1.2 Absence d'information

On notera $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)$, $F^{\theta_1,\theta_2}(c_1)$, les choix optimaux de seconde période en présence et en l'absence de la contrainte d'irréversibilité, en absence d'information. $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2)$ et $J^F(c_1, \theta_1, \theta_2)$ sont les fonctions valeurs correspondantes en absence d'information.

$$\begin{aligned}
J^I(c_1, \theta_1, \theta_2) &= \min_{\theta_i} \{U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_i)\} \\
&= \underset{c_2 \geq 0}{Max}\{\underset{\theta_i}{Min}\ \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)\}\} \\
J^F(c_1, \theta_1, \theta_2) &= \min_{\theta_i} \{U_2(F^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) + V(\delta c_1 + F^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_i)\}
\end{aligned}$$

$$= \underset{c_2}{Max}\{\underset{\theta_i}{Min}\ \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)\}\}$$

Lemme 3 *Sous l'hypothèse 2 on a :*

(i) $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = 0 \Leftrightarrow F^{\theta_1,\theta_2}(c_1) \leq 0$ *et* $F^{\theta_1,\theta_2}(c_1) \geq 0 \Leftrightarrow I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = F^{\theta_1,\theta_2}(c_1)$,

(ii) Il y a deux configurations possibles[17] *:*

(a) soit il existe i *tq*

$$U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) \leq U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$$

et alors $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = I^{\theta_i}(c_1)$ *et* $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2) = J^I(c_1, \theta_i) = \underset{\theta j}{min}\ J^I(c_1, \theta_j)$

(resp. $\exists i$ *tq*

$$U_2(F^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1), \theta_i) \leq U_2(F^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$$

et alors $F^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = F^{\theta_i}(c_1)$ *et* $J^F(c_1, \theta_1, \theta_2) = J^F(c_1, \theta_i) = \underset{\theta_j}{min}\ J^F(c_1, \theta_i)$*)*

(b) soit $\forall i = 1, 2$,

$$U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) > U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$$

et alors $\underset{\theta_i}{min}\ I^{\theta_i}(c_1) < I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) < \underset{\theta_i}{\max}\ I^{\theta_i}(c_1)$ *et* $\forall i = 1, 2$

$$J^I(c_1, \theta_1, \theta_2) = U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_i) < \underset{\theta j}{min}\ J^I(c_1, \theta_j)$$

(resp. $\forall i = 1, 2$,

$$U_2(F^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1), \theta_i) > U_2(F^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$$

et alors $\underset{\theta_i}{min}\ F^{\theta_i}(c_1) < F^{\theta_1,\theta_2}(c_1) < \underset{\theta_i}{\max}\ F^{\theta_i}(c_1))$ *et*$\forall i = 1, 2$

$$J^F(c_1, \theta_1, \theta_2) = U_2(F^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) + V(\delta c_1 + F^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_i) < \underset{\theta_i}{min}\ J^F(c_1, \theta_j)$$

(iii) $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2)$ *et* $J^F(c_1, \theta_1, \theta_2)$ *sont des fonctions concaves en* c_1.

[17] Dans le cas Bayésien, le choix de seconde période en absence d'information se situe toujours entre les deux choix optimaux possibles en information parfaite : seul le cas (b) est possible.

Preuve

(i) évident

(ii) Supposons tout d'abord que $\exists i$ tq

$$U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) \leq U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$$

On a donc $J^I(c_1, \theta_i) = \underset{\theta j}{min}\ J^I(c_1, \theta_j)$ et $\forall c_2 \geq 0$,

$$\begin{aligned} & \underset{\theta_j}{min}\ (U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_j)) \\ \leq\ & U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i) \leq U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) \end{aligned}$$

et par conséquent

$J^I(c_1, \theta_1, \theta_2) = \underset{c_2}{Max}\ \{\underset{\theta_j}{\min}\ (U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_j))\} = J^I(c_1, \theta_i)$
avec $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = I^{\theta_i}(c_1)$.

Supposons maintenant que $\forall i = 1, 2$,

$$U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) > U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$$

et soit i tq $I^{\theta_i}(c_1) = \underset{\theta_j}{min}\ I^{\theta_j}(c_1)$. La fonction

$$m(c_2) = \underset{\theta_j}{min}\ (U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_j))$$

est concave en c_2. Puisque

$$U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) > U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$$

et $I^{\theta_i}(c_1) < I^{\theta_{-i}}(c_1)$, $\big(U_2(I^{\theta_i}(c_1) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})\big)$ est strictement croissante en $I^{\theta_i}(c_1)$ et par conséquent $m(c_2)$ également. Inversement, $m(c_2)$ est strictement décroissante en $I^{\theta_{-i}}(c_1)$ et par conséquent le maximun de $m(c_2)$, c'est à dire $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2)$ se produit en $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)$ tel que $I^{\theta_i}(c_1) < I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) < I^{\theta_{-i}}(c_1)$. On a nécessairement

$$\begin{aligned} J^I(c_1, \theta_1, \theta_2) &= m(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) \\ &= U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_i) \\ &= U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_{-i}) \end{aligned}$$

car sinon, puisque $\left(U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_i)\right)$ est strictement décroissante en $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)$ et $\left(U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) + V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_{-i})\right)$ est strictement croissante en $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)$, $m(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1))$ ne serait pas le maximum de $m(c_2)$.

Remarquons finalement que

$$U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_i) < J^I(c_1, \theta_i)$$

et

$$U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_{-i}) < J^I(c_1, \theta_{-i})$$

ce qui montre que $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2) < \underset{\theta j}{min}\ J^I(c_1, \theta_j)$.

La preuve pour la situation sans contrainte d'irréversibilité est similaire.

(iii) Il faut tout d'abord démontrer que l'on a la concavité par morceaux quand on est dans les cas (a) ou (b) du (ii). Il faut ensuite examiner les différents points de discontinuité dans les passages entre les cas (a) et (b).

Dans le cas (a), deux cas se présentent. Soit (cas a_1) $\exists i$ tq

$$J^I(c_1, \theta_1, \theta_2) = J^I(c_1, \theta_i) < J^I(c_1, \theta_{-i})$$

et dans ce cas, on a tout simplement $\frac{dJ^I(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1} = \frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1}$ et la concavité se déduit du résultat (iii) du lemme 2. Soit (cas a_2)

$$U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) \leq U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$$

avec

$$J^I(c_1, \theta_1, \theta_2) = J^I(c_1, \theta_i) = J^I(c_1, \theta_{-i})$$

et dans ce cas, nécessairement on a

$$U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) = U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$$

et $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = I^{\theta_i}(c_1) = I^{\theta_{-i}}(c_1)$. Supposons (sans perte de généralité) que

$$V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) \geq V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$$

et donc (puisque $\delta + \frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} \geq 0$) on a

$$\begin{aligned} & U_2'(I^{\theta_i}(c_1))\frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} + V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i)(\delta + \frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1}) \\ \geq \ & U_2'(I^{\theta_i}(c_1))\frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} + V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})(\delta + \frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1}) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} & U_2'(I^{\theta_{-i}}(c_1))\frac{dI^{\theta_{-i}}(c_1)}{dc_1} + V'(\delta c_1 + I^{\theta_{-i}}(c_1), \theta_i)(\delta + \frac{dI^{\theta_{-i}}(c_1)}{dc_1}) \\ \geq \ & U_2'(I^{\theta_{-i}}(c_1))\frac{dI^{\theta_{-i}}(c_1)}{dc_1} + V'(\delta c_1 + I^{\theta_{-i}}(c_1), \theta_{-i})(\delta + \frac{dI^{\theta_{-i}}(c_1)}{dc_1}) \end{aligned}$$

Par conséquent, $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = I^{\theta_i}(c_1)$ et $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2) = J^I(c_1, \theta_i)$ à gauche de c_1 et $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = I^{\theta_{-i}}(c_1)$ et $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2) = J^I(c_1, \theta_{-i})$ à droite de c_1. La dérivée à gauche de $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2)$ est égale à $\frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1}$ c'est à dire $\delta V'(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_i)$ et celle à droite à $\frac{dJ^I(c_1,\theta_{-i})}{dc_1}$ c'est à dire $\delta V'(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_{-i})$. Puisque

$$V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) \geq V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$$

la dérivée à gauche est supérieure à la dérivée à droite ce qui nous assure de la concavité pour le cas (a).

Dans le cas (b), on a (en reprenant les notations ci-dessus introduite dans la preuve de (ii)) $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)$ tel que $I^{\theta_i}(c_1) < I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) < I^{\theta_{-i}}(c_1)$ et

$$U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_i) = U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_{-i})$$

Etant données que $\left(U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) + V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_i)\right)$ est strictement décroissante en $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)$ et $\left(U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) + V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_{-i})\right)$ est strictement croissante en $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)$, on a donc

$$V'(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_i) \neq V'(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_{-i})$$

et par conséquent, la contrainte $V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_i) = V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_{-i})$ implique que $\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = cst$ et donc $\frac{dI^{\theta_1,\theta_2}(c_1)}{dc_1} = -\delta$. Par conséquent, $\frac{dJ^I(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1} =$

$-\delta U_2'(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1))$ et donc $\frac{d^2 J^I(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1^2} = \delta^2 U_2''(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) < 0$ ce qui démontre la concavité.

Considérons une situation où l'on passe du cas (a) au cas (b), c'est à dire pour c_1 où $\exists i$ tel que $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = I^{\theta_i}(c_1)$,

$$U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) = U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$$

et

$$\begin{aligned} &U_2'(I^{\theta_i}(c_1))\frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} + V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i)(\delta + \frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1}) \\ &> U_2'(I^{\theta_i}(c_1))\frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} + V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})(\delta + \frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1}) \end{aligned}$$

La dérivée à gauche de $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2)$ est égale à $\frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1}$ c'est à dire

$$\delta V'(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_i)$$

et celle à droite à $-\delta U_2'(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1))$. Puisque $V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) > V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$, et puisque

$$0 \geq U_2'(I^{\theta_i}(c_1)) + V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) > U_2'(I^{\theta_i}(c_1)) + V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$$

nécessairement $I^{\theta_i}(c_1) \geq I^{\theta_{-i}}(c_1)$. Puisque l'on est pas dans le cas (a_2) (cf ci dessus), on a $I^{\theta_i}(c_1) > I^{\theta_{-i}}(c_1)$ et par conséquent $U_2'(I^{\theta_i}(c_1)) + V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) = 0$ ce qui prouve que la dérivée à gauche est égale à celle à droite.

Inversement, considérons une situation où l'on passe du cas (b) au cas (a), c'est à dire pour c_1 où $\exists i$ tel que $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = I^{\theta_i}(c_1)$,

$$U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) = U_2(I^{\theta_i}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$$

et

$$\begin{aligned} &U_2'(I^{\theta_i}(c_1))\frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} + V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i)(\delta + \frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1}) \\ &< U_2'(I^{\theta_i}(c_1))\frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} + V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})(\delta + \frac{dI^{\theta_i}(c_1)}{dc_1}) \end{aligned}$$

La dérivée à gauche de $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2)$ est cette fois égale à $-\delta U_2'(I^{\theta_i}(c_1))$ et celle à droite à $\delta V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i)$. Puisque $U_2'(I^{\theta_i}(c_1)) + V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) \leq 0$, la dérivée à gauche est supérieure à celle à droite.

Par conséquent la concavité est globale.

Les démonstrations pour le cas sans irréversibilité sont similaires. ■

5.2 Preuves des résultats

Preuve de la proposition 1

(i) a) Dans le cas de l'information parfaite (IP) :

Nous allons prouver que pour tout c_1, la dérivée première de $J^I(c_1)$ (quand elle est définie ou chaque dérivée à gauche et à droite) est plus petite que la dérivée première de $J^F(c_1)$ (en traitant également convenablement les discontinuités) et la concavité de U_1 nous assure alors que $c_1^{F,IP} \geq c_1^{I,IP}$.

Plusieurs cas sont à distinguer.

- $\forall i = 1, 2$ $F^{\theta_i}(c_1) = I^{\theta_i}(c_1) \geq 0$ alors $J^I(c_1) = J^F(c_1)$ et les dérivées sont identiques.
- $F^{\theta_i}(c_1) < 0 = I^{\theta_i}(c_1) \leq F^{\theta_{-i}}(c_1) = I^{\theta_{-i}}(c_1)$ et puisque

  $$U_2'(F^{\theta_i}(c_1)) + V'(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1), \theta_i) = U_2'(F^{\theta_i}(c_1)) + V'(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1), \theta_{-i}) = 0$$

  et $U_2'(F^{\theta_i}(c_1)) > U_2'(F^{\theta_{-i}}(c_1))$ on a donc

  $$\frac{dJ^F(c_1, \theta_i)}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1), \theta_i) < \frac{dJ^F(c_1, \theta_{-i})}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1), \theta_{-i})$$

  Par ailleurs, on a

  $$\frac{dJ^I(c_1, \theta_i)}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1, \theta_i) < \frac{dJ^F(c_1, \theta_i)}{dc_1}$$

  et

  $$\frac{dJ^F(c_1, \theta_{-i})}{dc_1} = \frac{dJ^I(c_1, \theta_{-i})}{dc_1}$$

donc au total,

$$\frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1} < \frac{dJ^F(c_1,\theta_i)}{dc_1} < \frac{dJ^F(c_1,\theta_{-i})}{dc_1} = \frac{dJ^I(c_1,\theta_{-i})}{dc_1}$$

On a deux sous-cas :

- $J^F(c_1) = J^F(c_1,\theta_i) \leq J^F(c_1,\theta_{-i})$. La dérivée à droite de $J^F(c_1)$ est nécessairement égale à $\frac{dJ^F(c_1,\theta_i)}{dc_1}$ (celle à gauche peut éventuellement être égale à $\frac{dJ^F(c_1,\theta_{-i})}{dc_1}$). On a donc

$$J^I(c_1) = J^I(c_1,\theta_i) < J^F(c_1,\theta_i) \leq J^F(c_1,\theta_{-i}) = J^I(c_1,\theta_{-i})$$

et par conséquent la dérivée de $J^I(c_1)$ (à droite et à gauche) est égale à $\frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1}$ ce qui prouve le résultat recherché.

- $J^F(c_1) = J^F(c_1,\theta_{-i}) < J^F(c_1,\theta_i)$. La dérivée de $J^F(c_1)$ (à droite et à gauche) est égale à $\frac{dJ^F(c_1,\theta_{-i})}{dc_1}$ et elle est donc nécessairement supérieure à la dérivée à droite et à gauche de $J^I(c_1)$.

– $\forall i = 1,2$ $F^{\theta_i}(c_1) < 0 = I^{\theta_i}(c_1)$. On a donc $\forall i = 1,2$ $\frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1} < \frac{dJ^F(c_1,\theta_i)}{dc_1}$. Si

$$\max_{\theta_i} \frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1} \leq \min_{\theta i} \frac{dJ^F(c_1,\theta_i)}{dc_1}$$

on est sûr alors que les positions respectives des dérivées premières de $J^I(c_1)$ et de $J^F(c_1)$ sont bien comme souhaitées. Montrons que on ne peut pas avoir une autre situation, c'est à dire une situation où

$$\frac{dJ^F(c_1,\theta_i)}{dc_1} > \frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1} \geq \frac{dJ^F(c_1,\theta_{-i})}{dc_1} > \frac{dJ^I(c_1,\theta_{-i})}{dc_1}$$

Supposons que $\frac{dJ^F(c_1,\theta_i)}{dc_1} > \frac{dJ^F(c_1,\theta_{-i})}{dc_1}$. Puisque $\frac{dJ^F(c_1,\theta_j)}{dc_1} = -\delta U_2'(F^{\theta_j}(c_1))$, $\frac{dJ^F(c_1,\theta_i)}{dc_1} > \frac{dJ^F(c_1,\theta_{-i})}{dc_1}$ implique que $U_2'(F^{\theta_i}(c_1)) < U_2'(F^{\theta_{-i}}(c_1))$ et par conséquent $F^{\theta_i}(c_1) < F^{\theta_{-i}}(c_1)$. Donc $U_2'(F^{\theta_{-i}}(c_1)) + V'(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1),\theta_i) < 0$ alors que $U_2'(F^{\theta_{-i}}(c_1)) + V'(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1),\theta_{-i}) = 0$. Par conséquent, $V'(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1),\theta_i) < V'(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1),\theta_{-i})$. Or $\frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1,\theta_i) < \delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1),\theta_i)$ et donc $\frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1} < \frac{dJ^F(c_1,\theta_{-i})}{dc_1}$ ce qui démontre que nécessairement

$$\max_{\theta_i} \frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1} \leq \min_{\theta i} \frac{dJ^F(c_1,\theta_i)}{dc_1}$$

b) Dans le cas de l'absence d'information (AI) :

De même nous allons prouver que pour tout c_1, la dérivée première de $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2)$ (quand elle est définie ou chaque dérivée à gauche et à droite) est plus petite que la dérivée première de $J^F(c_1, \theta_1, \theta_2)$ (en traitant également convenablement les discontinuités) et la concavité de U_1 nous assure alors que $c_1^{F,AI} \geq c_1^{I,AI}$.

Plusieurs cas sont à distinguer.

- $F^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) \geq 0$, et les dérivées sont identiques.
- $F^{\theta_1,\theta_2}(c_1) < 0 = I^{\theta_1,\theta_2}(c_1)$ Montrons tout d'abord que pour la fonction valeur $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2)$, il est impossible que l'on soit dans le cas (ii)(b) du lemme. En effet supposons au contraire que $I^{\theta_i}(c_1) \leq I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = 0 \leq I^{\theta_{-i}}(c_1)$ et $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2) = U_2(0) + V(\delta c_1 + 0, \theta_i) = U_2(0) + V(\delta c_1 + 0, \theta_{-i})$. Puisque $0 \leq I^{\theta_{-i}}(c_1)$ et $F^{\theta_1,\theta_2}(c_1) < 0$, on a donc

$$\begin{aligned} J^I(c_1, \theta_1, \theta_2) &= U_2(0) + V(\delta c_1 + 0, \theta_{-i}) \\ &> U_2(F^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) + V(\delta c_1 + F^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_{-i}) \geq J^F\ (c_1, \theta_1, \theta_2) \end{aligned}$$

ce qui montre une contradiction.

Par conséquent, les valeurs possibles que peuvent prendre les dérivées à gauche et à droite de $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2)$ sont soit $\frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1}$, soit $\frac{dJ^I(c_1,\theta_{-i})}{dc_1}$.

Pour les valeurs des dérivées de $J^F(c_1, \theta_1, \theta_2)$, plusieurs sous-cas sont à considérer (correspondant aux cas considérés dans la preuve du lemme 3 (iii)).

a) (référencé comme le cas a_1 dans la preuve du lemme 3) $\exists i$ tq $F^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = F^{\theta_i}(c_1)$ et $\frac{dJ^F(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1} = \frac{dJ^F(c_1,\theta_i)}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1), \theta_i)$.

Puisque $\frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) = \delta V'(\delta c_1, \theta_i)$, on a

$$\delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1), \theta_i) > \delta V'(\delta c_1, \theta_i)$$

Si une des dérivées de $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2)$ coincident avec $\frac{dJ^I(c_1,\theta_{-i})}{dc_1}$, on a donc

$$J^I(c_1, \theta_1, \theta_2) = J^I(c_1, \theta_{-i}) \leq J^I(c_1, \theta_i)$$

et puisque $J^I(c_1, \theta_i) < J^F(c_1, \theta_i) \leq J^F(c_1, \theta_{-i})$, cela implique que $F^{\theta_{-i}}(c_1) < 0$. Or on a aussi $F^{\theta_i}(c_1) < 0$ et dans cette situation, nous avons démontré ci-dessus que

$$\max_{\theta_i} \frac{dJ^I(c_1, \theta_i)}{dc_1} \leq \underset{\theta i}{min} \frac{dJ^F(c_1, \theta_i)}{dc_1}$$

Par conséquent, les positions respectives des dérivées premières de $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2)$ et de $J^F(c_1, \theta_1, \theta_2)$ sont bien comme souhaitées.

b) (référencé comme le cas a_2 dans la preuve du lemme 3)

$$F^{\theta_1, \theta_2}(c_1) = F^{\theta_i}(c_1) = F^{\theta_{-i}}(c_1)$$

et la dérivée à gauche de $J^F(c_1, \theta_1, \theta_2)$ est égale à

$$\frac{dJ^F(c_1, \theta_i)}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1), \theta_i)$$

celle à droite à

$$\frac{dJ^F(c_1, \theta_{-i})}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1), \theta_{-i})$$

avec $V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_i) \geq V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1), \theta_{-i})$

De même que ci-dessus, puisque $\forall i = 1, 2$ $F^{\theta_i}(c_1) < 0$, on a

$$\max_{\theta_i} \frac{dJ^I(c_1, \theta_i)}{dc_1} \leq \underset{\theta i}{min} \frac{dJ^F(c_1, \theta_i)}{dc_1}$$

ce qui nous assure du résultat.

c) (référencé comme le cas b dans la preuve du lemme 3)

$$F^{\theta_i}(c_1) < F^{\theta_1, \theta_2}(c_1) < F^{\theta_{-i}}(c_1)$$

et $\frac{dJ^F(c_1, \theta_1, \theta_2)}{dc_1} = -\delta U_2'(F^{\theta_1, \theta_2}(c_1))$. On a alors

$$U_2'(F^{\theta_1, \theta_2}(c_1)) + V'(\delta c_1 + F^{\theta_1, \theta_2}(c_1), \theta_i) < 0$$

et par conséquent

$$-\delta U_2'(F^{\theta_1, \theta_2}(c_1)) > \delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_1, \theta_2}(c_1), \theta_i) > \delta V'(\delta c_1, \theta_i)$$

ce qui montre que $\frac{dJ^F(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1} > \frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1}$.

Si une des dérivées de $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2)$ coincident avec $\frac{dJ^I(c_1,\theta_{-i})}{dc_1}$, on a donc

$$J^I(c_1, \theta_1, \theta_2) = J^I(c_1, \theta_{-i}) \leq J^I(c_1, \theta_i)$$

Puisque

$$J^I(c_1, \theta_{-i}) = J^I(c_1, \theta_1, \theta_2) \leq J^F(c_1, \theta_1, \theta_2) < J^F(c_1, \theta_{-i})$$

cela implique que $F^{\theta_{-i}}(c_1) < 0$.

Par conséquent, on a

$$U_2(F^{\theta_{-i}}(c_1)) + V(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1), \theta_i) < U_2(F^{\theta_{-i}}(c_1)) + V(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1), \theta_{-i})$$

alors que

$$U_2(0) + V(\delta c_1, \theta_i) \geq U_2(0) + V(\delta c_1, \theta_{-i})$$

et donc

$$V(\delta c_1, \theta_i) - V(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1), \theta_i) > V(\delta c_1, \theta_{-i}) - V(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1), \theta_{-i})$$

Du fait de la concavité de V, on a

$$V(\delta c_1, \theta_i) - V(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1), \theta_i) \leq -F^{\theta_{-i}}(c_1).V'(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1), \theta_i)$$

et

$$V(\delta c_1, \theta_{-i}) - V(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1), \theta_{-i}) \geq -F^{\theta_{-i}}(c_1).V'(\delta c_1, \theta_{-i})$$

D'où

$$V'(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1), \theta_i) > V'(\delta c_1, \theta_{-i})$$

Or

$$V'(\delta c_1 + F^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_i) > V'(\delta c_1 + F^{\theta_{-i}}(c_1), \theta_i)$$

alors que

$$U_2'(F^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) + V(\delta c_1 + F^{\theta_1,\theta_2}(c_1), \theta_i) < 0$$

et par conséquent

$$\frac{dJ^F(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1} = -\delta U_2'(F^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) > V'(\delta c_1,\theta_{-i}) = \frac{dJ^I(c_1,\theta_{-i})}{dc_1}$$

Par conséquent, les positions respectives des dérivées premières de $J^I(c_1,\theta_1,\theta_2)$ et de $J^F(c_1,\theta_1,\theta_2)$ sont bien comme souhaitées.

d) (référencé comme le passage du cas a au cas b dans la preuve du lemme 3) $F^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = F^{\theta_i}(c_1)$ et la dérivée à gauche de $J^F(c_1,\theta_1,\theta_2)$ est égale à $\frac{dJ^F(c_1,\theta_i)}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1),\theta_i)$, celle à droite à $-\delta U_2'(F^{\theta_1,\theta_2}(c_1))$. En fait, $\delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1),\theta_i) = -\delta U_2'(F^{\theta_1,\theta_2}(c_1))$ et comme montré dans la preuve du lemme 3 (iii) on a alors $F^{\theta_i}(c_1) > F^{\theta_{-i}}(c_1)$ et puisque $\forall i = 1,2$ $F^{\theta_i}(c_1) < 0$, on a

$$\max_{\theta_i} \frac{dJ^I(c_1,\theta_i)}{dc_1} \leq \underset{\theta i}{min} \frac{dJ^F(c_1,\theta_i)}{dc_1}$$

ce qui nous assure du résultat.

e) (référencé comme le passage du cas b au cas a dans la preuve du lemme 3) $F^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = F^{\theta_i}(c_1)$ et la dérivée à gauche de $J^F(c_1,\theta_1,\theta_2)$ est égale à $-\delta U_2'(F^{\theta_1,\theta_2}(c_1))$, celle à droite à $\frac{dJ^F(c_1,\theta_i)}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1),\theta_i)$. En fait, $-\delta U_2'(F^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) = \delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1),\theta_i)$. On a (cf preuve du lemme 3 (iii))

$$\begin{aligned} & U_2'(F^{\theta_i}(c_1))\frac{dF^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} + V'(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1),\theta_i)(\delta + \frac{dF^{\theta_i}(c_1)}{dc_1}) \\ < \; & U_2'(F^{\theta_i}(c_1))\frac{dF^{\theta_i}(c_1)}{dc_1} + V'(\delta c_1 + F^{\theta_i}(c_1),\theta_{-i})(\delta + \frac{dF^{\theta_i}(c_1)}{dc_1}) \end{aligned}$$

et par conséquent

$$V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1),\theta_{-i}) > V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1),\theta_i)$$

ce qui implique que $F^{\theta_i}(c_1) < F^{\theta_{-i}}(c_1)$. On peut reprendre dès lors la démonstration faite dans le cas c) ci-dessus.

(ii) Examinons analytiquement le problème rencontré qui empêche l'existence de l'effet informationnel pur. Supposons que $\forall i$ la fonction $V(s,\theta_i)$ est toujours décroissante. On est alors dans le cas où une décision c_1 est plus *précautionneuse* que c_1' ssi $c_1 \leq c_1'$. Pour prouver que $c_1^{F,AI} \geq c_1^{F,IP}$ il faut prouver que les dérivées de $J^F(c_1, \theta_1, \theta_2)$ en $c_1^{F,AI}$ sont plus grandes que les dérivées de $J^F(c_1)$ en $c_1^{F,AI}$. Supposons qu'en $c_1^{F,AI}$ la situation soit la suivante :

$$F^{\theta_{-i}}(c_1^{F,AI}) < F^{\theta_1,\theta_2}(c_1) < F^{\theta_i}(c_1^{F,AI})$$
$$\frac{dJ^F(c_1^{F,AI}, \theta_1, \theta_2)}{dc_1} = -\delta U_2'(F^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{F,AI}))$$
$$J^F(c_1^{F,AI}) = J^F(c_1^{F,AI}, \theta_i) < J^F(c_1^{F,AI}, \theta_{-i})$$

et par conséquent

$$\frac{dJ^F(c_1^{F,AI})}{dc_1} = \frac{dJ^F(c_1^{F,AI}, \theta_i)}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1^{F,AI} + F^{\theta_i}(c_1^{F,AI}), \theta_i)$$

On a alors

$$\delta V'(\delta c_1^{F,AI} + F^{\theta_i}(c_1^{F,AI}), \theta_i) = -\delta U_2'(F^{\theta_i}(c_1^{F,AI})) > -\delta U_2'(F^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{F,AI}))$$

et donc

$$\frac{dJ^F(c_1^{F,AI})}{dc_1} > \frac{dJ^F(c_1^{F,AI}, \theta_1, \theta_2)}{dc_1}$$

Le lecteur conviendra qu'il est possible d'exhiber un exemple (avec des fonctions quadratiques par exemple) où $c_1^{F,AI} < c_1^{F,IP}$ en faisant en sorte de rencontrer la situation analytique que l'on vient de décrire.

(iii) Supposons que $c_1^{F,AI} \geq c_1^{F,IP}$. Il nous faut montrer que $c_1^{I,AI} \geq c_1^{I,IP}$. Supposons au contraire que $c_1^{I,IP} > c_1^{I,AI}$. Nécessairement alors, les dérivées de $J^I(c_1)$ en $c_1^{I,IP}$ sont plus grandes que les dérivées de $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2)$ en $c_1^{I,IP}$. Nous allons montrer que ceci ne peut se produire que dans certaines conditions (cf situation décrite dans la preuve du (ii) ci-dessus). Pour les dérivées de $J^I(c_1, \theta_1, \theta_2)$ en $c_1^{I,IP}$, on peut a priori être dans les cas suivants :

a) (référencé comme le cas a_1 dans la preuve du lemme 3) $\exists i$ tq

$$J^I(c_1^{I,IP}, \theta_1, \theta_2) = J^I(c_1^{I,IP}, \theta_i) < J^I(c_1^{I,IP}, \theta_{-i})$$

et dans ce cas $\frac{dJ^I(c_1^{I,IP},\theta_1,\theta_2)}{dc_1} = \frac{dJ^I(c_1^{I,IP})}{dc_1} = \frac{dJ^I(c_1^{I,IP},\theta_i)}{dc_1}$. Par conséquent, on ne peut être dans cette situation.

b) (référencé comme le cas a$_2$ dans la preuve du lemme 3)

$$I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}) = I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}) = I^{\theta_{-i}}(c_1^{I,IP})$$

avec

$$J^I(c_1^{I,IP},\theta_1,\theta_2) = J^I(c_1^{I,IP},\theta_i) = J^I(c_1^{I,IP},\theta_{-i})$$

On peut vérifier (cf preuve du lemme 3) que là encore les dérivées de $J^I(c_1)$ et de $J^I(c_1,\theta_1,\theta_2)$ en $c_1^{I,IP}$ coincident. Par conséquent, on ne peut être dans cette situation.

c) (référencé comme le cas b dans la preuve du lemme 3). On a

$$I^{\theta_{-i}}(c_1^{I,IP}) \leq I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}) \leq I^{\theta_i}(c_1^{I,IP})$$

avec

$$\begin{aligned}&U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP})) + V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}),\theta_i)\\ = {}&U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP})) + V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}),\theta_{-i})\end{aligned}$$

et

$$\frac{dJ^I(c_1^{I,IP},\theta_1,\theta_2)}{dc_1} = -\delta U_2'(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}))$$

On a

$$\begin{aligned}\frac{dJ^I(c_1^{I,IP},\theta_i)}{dc_1} &= \delta V'(\delta c_1^{I,IP} + I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}),\theta_i)\\ &= -\delta U_2'(I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}))\\ \geq -\delta U_2'(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP})) &= \frac{dJ^I(c_1^{I,IP},\theta_1,\theta_2)}{dc_1}\\ &\geq -\delta U_2'(I^{\theta_{-i}}(c_1^{I,IP}))\\ \geq \delta V'(\delta c_1^{I,IP} + I^{\theta_{-i}}(c_1^{I,IP}),\theta_{-i}) &= \frac{dJ^I(c_1^{I,IP},\theta_{-i})}{dc_1}\end{aligned}$$

Il faut donc que

$$\frac{dJ^I(c_1^{I,IP})}{dc_1} = \frac{dJ^I(c_1^{I,IP},\theta_i)}{dc_1}$$

avec $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}) < I^{\theta_i}(c_1^{I,IP})$ pour obtenir $\frac{dJ^I(c_1^{I,IP})}{dc_1} > \frac{dJ^I(c_1^{I,IP},\theta_1,\theta_2)}{dc_1}$ et par conséquent

$$J^I(c_1^{I,IP}) = J^I(c_1^{I,IP},\theta_i) \leq J^I(c_1^{I,IP},\theta_{-i})$$

d) (référencé comme le passage du cas a au cas b dans la preuve du lemme 3) $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}) = I^{\theta_i}(c_1^{I,IP})$,

$$\begin{aligned} & U_2(I^{\theta_i}(c_1^{I,IP})) + V(\delta c_1^{I,IP} + I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}),\theta_i) \\ = \ & U_2(I^{\theta_i}(c_1^{I,IP})) + V(\delta c_1^{I,IP} + I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}),\theta_{-i}) \end{aligned}$$

et la dérivée à gauche de $J^I(c_1^{I,IP},\theta_1,\theta_2)$ est égale à $\frac{dJ^I(c_1^{I,IP},\theta_i)}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1^{I,IP} + I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}),\theta_i)$, celle à droite à $-\delta U_2'(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}))$. Comme montrer dans la preuve du lemme 3 on a en fait

$$I^{\theta_i}(c_1) > I^{\theta_{-i}}(c_1)$$

$$\delta V'(\delta c_1^{I,IP} + I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}),\theta_i) = -\delta U_2'(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}))$$

et de plus

$$J^I(c_1^{I,IP}) = J^I(c_1^{I,IP},\theta_i) < J^I(c_1^{I,IP},\theta_{-i})$$

ce qui implique

$$\frac{dJ^I(c_1^{I,IP})}{dc_1} = \frac{dJ^I(c_1^{I,IP},\theta_i)}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1^{I,IP} + I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}),\theta_i) = \frac{dJ^I(c_1^{I,IP},\theta_1,\theta_2)}{dc_1}$$

Par conséquent, on ne peut être dans cette situation.

e) (référencé comme le passage du cas b au cas a dans la preuve du lemme 3) $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}) = I^{\theta_i}(c_1^{I,IP})$,

$$\begin{aligned} & U_2(I^{\theta_i}(c_1^{I,IP})) + V(\delta c_1^{I,IP} + I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}),\theta_i) \\ = \ & U_2(I^{\theta_i}(c_1^{I,IP})) + V(\delta c_1^{I,IP} + I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}),\theta_{-i}) \end{aligned}$$

et la dérivée à gauche de $J^I(c_1,\theta_1,\theta_2)$ est égale à $-\delta U_2'(I^{\theta_i}(c_1))$, celle à droite à $\delta V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1),\theta_i)$ avec

$$-\delta U_2'(I^{\theta_i}(c_1)) \geq \delta V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1),\theta_i)$$

On a aussi (cf preuve du lemme 3)

$$V'(\delta c_1^{I,IP} + I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}), \theta_i) < V'(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}), \theta_{-i})$$

et par conséquent

$$I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}) \leq I^{\theta_{-i}}(c_1^{I,IP})$$

Il y alors seulement deux possibilités :

- soit $I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}) < I^{\theta_{-i}}(c_1^{I,IP})$ et donc

$$J^I(c_1^{I,IP}) = J^I(c_1^{I,IP}, \theta_i) < J^I(c_1^{I,IP}, \theta_{-i})$$

d'où

$$\frac{dJ^I(c_1^{I,IP})}{dc_1} = \frac{dJ^I(c_1^{I,IP}, \theta_i)}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1^{I,IP} + I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}), \theta_i)$$

- soit $I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}) = I^{\theta_{-i}}(c_1^{I,IP}) = 0$ avec

$$J^I(c_1^{I,IP}) = J^I(c_1^{I,IP}, \theta_i) = J^I(c_1^{I,IP}, \theta_{-i})$$

$$U_2'(0) + V'(\delta c_1^{I,IP}, \theta_i) < U_2'(0) + V'(\delta c_1^{I,IP}, \theta_{-i}) \leq 0$$

la dérivée à gauche de $J^I(c_1^{I,IP})$ est égale à

$$\frac{dJ^I(c_1^{I,IP}, \theta_{-i})}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1^{I,IP}, \theta_{-i}) \leq -\delta U_2'(0)$$

et la dérivée à droite de $J^I(c_1^{I,IP})$ est égale à

$$\frac{dJ^I(c_1^{I,IP}, \theta_i)}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1^{I,IP}, \theta_i)$$

Par conséquent, on ne peut être dans aucune de ces situations.

Nous avons donc prouver que si $c_1^{I,AI} < c_1^{I,IP}$, alors on était nécessairement dans le cas suivant

$$I^{\theta_{-i}}(c_1^{I,IP}) \leq I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}) < I^{\theta_i}(c_1^{I,IP})$$

$$\begin{aligned} & U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP})) + V(\delta c_1^{I,IP} + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}), \theta_i) \\ = \; & U_2(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP})) + V(\delta c_1^{I,IP} + I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}), \theta_{-i}) \end{aligned}$$

$$J^I(c_1^{I,IP}) = J^I(c_1^{I,IP}, \theta_i) \leq J^I(c_1^{I,IP}, \theta_{-i})$$

$$\begin{aligned} \frac{dJ^I(c_1^{I,IP}, \theta_1, \theta_2)}{dc_1} &= -\delta U_2'(I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP})) \\ &> \frac{dJ^I(c_1^{I,IP})}{dc_1} = \frac{dJ^I(c_1^{I,IP}, \theta_i)}{dc_1} = \delta V(\delta c_1 + I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}), \theta_i) \end{aligned}$$

Par conséquent $I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}) > 0$ et donc $I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}) = F^{\theta_i}(c_1^{I,IP})$. Puisque

$$J^I(c_1^{I,IP}, \theta_{-i}) \leq J^F(c_1^{I,IP}, \theta_{-i})$$

on a donc

$$J^I(c_1^{I,IP}) = J^I(c_1^{I,IP}, \theta_i) = J^F(c_1^{I,IP}) = J^F(c_1^{I,IP}, \theta_i)$$

et

$$\frac{dJ^I(c_1^{I,IP})}{dc_1} = \frac{dJ^F(c_1^{I,IP})}{dc_1}$$

Par conséquent, $c_1^{I,IP} = c_1^{F,IP}$.

Si $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}) > 0$, alors $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}) = F^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP})$ et on alors

$$\frac{dJ^I(c_1^{I,IP}, \theta_1, \theta_2)}{dc_1} = \frac{dJ^F(c_1^{I,IP}, \theta_1, \theta_2)}{dc_1}$$

et puisque $c_1^{I,IP} > c_1^{I,AI}$, on doit avoir $c_1^{I,IP} > c_1^{F,AI}$ et par conséquent $c_1^{F,IP} > c_1^{F,AI}$ ce qui est une contradiction avec l'hypothèse $c_1^{F,IP} \leq c_1^{F,AI}$.

Si $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}) = 0$, alors $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}) = 0 = I^{\theta_{-i}}(c_1^{I,IP})$. Puisque

$$U_2(0) + V(\delta c_1^{I,IP}, \theta_i) = U_2(0) + V(\delta c_1^{I,IP}, \theta_{-i}) = J^I(c_1^{I,IP}, \theta_{-i})$$

alors que $U_2(0) + V(\delta c_1^{I,IP}, \theta_i) < J^I(c_1^{I,IP}, \theta_i)$, on a donc

$$J^I(c_1^{I,IP}, \theta_i) > J^I(c_1^{I,IP}, \theta_{-i})$$

ce qui est une contradiction avec

$$J^I(c_1^{I,IP}) = J^I(c_1^{I,IP}, \theta_i) \leq J^I(c_1^{I,IP}, \theta_{-i})$$

■

Preuve de la proposition 2

Nous reprenons les notations précédentes en introduisant toutefois :

$$J_p^I(c_1) = E_p J^I(c_1, \theta_i)$$
$$J_p^F(c_1) = E_p J^F(c_1, \theta_i)$$

les fonctions valeurs anticipées par l'agent lorsqu'il s'attend à recevoir une information parfaite, $I_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1)$, $F_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1)$, $J_p^I(c_1,\theta_1,\theta_2)$ et $J_p^F(c_1,\theta_1,\theta_2)$ les choix optimaux de seconde période et les fonctions valeurs correspondantes en absence d'information.

$$\begin{aligned} J_p^I(c_1,\theta_1,\theta_2) &= E_p\left(U_2(I_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) + V(\delta c_1 + I_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1),\theta_i)\right) \\ &= \underset{c_2\geq 0}{Max}\ E_p\left(U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2,\theta_i)\right) \\ J_p^F(c_1,\theta_1,\theta_2) &= E_p\left(U_2(F_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1)) + V(\delta c_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1),\theta_i)\right) \\ &= \underset{c_2\geq 0}{Max}\ E_p\left(U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2,\theta_i)\right) \end{aligned}$$

(i) Il suffit de prouver que

$$\frac{dJ_p^I(c_1)}{dc_1} \leq \frac{dJ_p^F(c_1)}{dc_1}$$

et

$$\frac{dJ_p^I(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1} \leq \frac{dJ_p^F(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1}$$

ce qui se vérifie facilement. (Contrairement à l'incertitude totale, il n'y a pas de problème de discontinuité).

(ii) On peut très bien être confronté à la situation analytique examinée dans la preuve de la proposition 1, avec

$$\frac{dJ_p^F(c_1^{F,AI}(p))}{dc_1} > \frac{dJ_p^F(c_1^{F,AI}(p),\theta_1,\theta_2)}{dc_1}$$

Pour un exemple numérique, le lecteur peut se reporter aux exemples quadratiques proposés par Ulph et Ulph (1997).

(iii) Supposons $c_1^{F,AI}(p) \geq c_1^{F,IP}(p)$ ce qui est équivalent au fait que

$$\frac{dJ_p^F(c_1^{F,AI}(p))}{dc_1} \leq \frac{dJ_p^F(c_1^{F,AI}(p), \theta_1, \theta_2)}{dc_1}$$

c'est à dire

$$\delta.E_p V'(\delta c_1^{F,AI}(p) + F^{\theta_i}(c_1^{F,AI}(p)), \theta_i) \leq \delta.E_p V'(\delta c_1^{F,AI}(p) + F_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{F,AI}(p)), \theta_i)$$

- Soit $F_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{F,AI}(p)) \geq 0$ et on alors $F_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{F,AI}(p) = I_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{F,AI}(p))$ et par conséquent $c_1^{F,AI}(p) = c_1^{I,AI}(p) \geq c_1^{F,IP}(p)$. Par le (i), on sait que $c_1^{F,IP}(p) \geq c_1^{I,IP}(p)$. Par conséquent, $c_1^{I,AI}(p) \geq c_1^{I,IP}(p)$.

- Soit $F_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{F,AI}(p)) < 0$ et donc $I_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{F,AI}(p)) = 0$ et nécessairement aussi $I_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,AI}(p)) = 0$. Par conséquent, $\exists i$ tel que $I^{\theta_i}(c_1^{I,AI}(p))) = 0$. On a alors

$$V'(\delta c_1^{I,AI}(p) + I^{\theta_i}(c_1^{F,AI}(p)), \theta_i) = V'(\delta c_1^{I,AI}(p) + I_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{F,AI}(p)), \theta_i)$$

Puisque $I^{\theta_{-i}}(c_1^{I,AI}(p))) \geq 0$, on a

$$V'(\delta c_1^{I,AI}(p) + I^{\theta_{-i}}(c_1^{F,AI}(p)), \theta_{-i}) \leq V'(\delta c_1^{I,AI}(p) + I_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{F,AI}(p)), \theta_i)$$

et par conséquent

$$\frac{dJ_p^I(c_1^{I,AI}(p))}{dc_1} \leq \frac{dJ_p^I(c_1^{I,AI}(p), \theta_1, \theta_2)}{dc_1}$$

et donc $c_1^{I,AI}(p) \geq c_1^{I,IP}(p)$. ■

Preuve de la proposition 3

En l'absence de contrainte d'irréversibilité, le choix optimal en seconde période donne toujours l'utilité maximale atteignable : on a $\frac{dJ^F(c_1,\theta_i)}{dc_1} = \frac{dJ^F(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1} = 0$ ce qui implique que $c_1^{F,AI} = c_1^{F,IP}$ ■

Preuve de la proposition 4

Nous allons exhiber un exemple où l'on a $c_1^{I,AI} > c_1^{I,AI}(p)$. Soient les fonctions d'utilité $U_1(c_1) = 3.c_1 - c_1^2$ (maximum de U_1en $c_1 = 3/2$) et $V(c_1 + c_2, \theta_i) = (4.c_1 + c_2 + \theta_i) - (c_1 + c_2 + \theta_i)^2$ avec $\theta_1 = 0$ et $\theta_2 = 1$. La fonction $\underset{\theta_i}{Min}\ V(c_1 + c_2, \theta_i)$ atteint son maximum en $c_1 + c_2 = 3/2$, donc $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = 3/2 - c_1$ si $c_1 \leq 3/2$, $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) = 0$ sinon et $\frac{dJ^I(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1} = 0$ si $c_1 < 3/2$, $\frac{dJ^I(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1} = \frac{\partial V(c_1,\theta_2)}{\partial c_1} = 2 - 2.c_1 < -1$ si $c_1 > 3/2$. Par conséquent, $c_1^{I,AI} = 3/2$. Or par exemple, pour $p = 1/4$, la fonction $1/4V(c_1 + c_2, \theta_1) + 3/4V(c_1 + c_2, \theta_2)$ atteint son maximum en $c_1 + c_2 = 5/4$ et on peut vérifier que $c_1^{I,AI}(p) = 11/8 < c_1^{I,AI} = 3/2$. ■

Preuve de la proposition 5

a) Nous sommes donc dans le cas où par exemple, $\forall\theta_i$, $I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}) = F^{\theta_i}(c_1^{I,IP}) \geq 0$ avec

$$\frac{dJ^I(c_1^{I,IP}, \theta_i)}{dc_1} = \frac{dJ^F(c_1^{I,IP}, \theta_i)}{dc_1} = 0$$

et donc

$$\frac{dU_1(c_1^{I,IP})}{dc_1} = \frac{dU_1(c_1^{F,IP})}{dc_1} = 0$$

Par conséquent, $c_1^{I,IP} = c_1^{F,IP}$.

D'autre part, puisque

$$\min_{\theta_i} I^{\theta_i}(c_1) \leq I^{\theta_1,\theta_2}(c_1) \leq \max_{\theta_i} I^{\theta_i}(c_1)$$

on a donc $I^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}) = F^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}) \geq 0$ avec $\frac{dJ^I(c_1^{I,IP},\theta_1,\theta_2)}{dc_1} = \frac{dJ^F(c_1^{I,IP},\theta_1,\theta_2)}{dc_1} = 0$ et par conséquent $c_1^{I,IP} = c_1^{F,IP}$ et au total $c_1^{I,AI} = c_1^{F,AI} = c_1^{I,IP} = c_1^{F,IP}$.

En incertitude probabilisée, on a $E_p \frac{dJ^I(c_1^{I,IP},\theta_i)}{dc_1} = 0$ et donc $c_1^{I,IP} = c_1^{I,IP}(p) = c_1^{F,IP}(p)$.

On a aussi $I_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}) = F_p^{\theta_1,\theta_2}(c_1^{I,IP}) \geq 0$ et par conséquent

$$\frac{dJ_p^I(c_1^{I,IP}, \theta_1, \theta_2)}{dc_1} = \frac{dJ_p^F(c_1^{I,IP}, \theta_1, \theta_2)}{dc_1} = 0$$

d'où $c_1^{I,IP} = c_1^{I,AI}(p) = c_1^{F,AI}(p)$

b) Puisque $U_1'(c_1^{I,IP}) \neq 0$, ceci implique que $\frac{dJ^I(c_1^{I,IP})}{dc_1} \neq 0$ et donc $\exists\theta_i$ tel que $I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}) = 0$.

$$J^I(c_1^{I,IP}) = J^I(c_1^{I,IP}, \theta_i)$$

et

$$\frac{dJ^I(c_1^{I,IP})}{dc_1} = \frac{dJ^I(c_1^{I,IP}, \theta_i)}{dc_1} = V'(c_1^{I,IP}, \theta_i) < 0$$

Puisque une seule contrainte est saturée, on a donc $I^{\theta_{-i}}(c_1^{I,IP}) > 0$ et donc

$$\frac{dJ^I(c_1^{I,IP}, \theta_{-i})}{dc_1} = 0$$

Or, en incertitude probabilisée, en situation d'information parfaite, en $c_1^{I,IP}$

$$\frac{dJ_p^I(c_1)}{dc_1} = E_p \frac{dJ^I(c_1^{I,IP}, \theta_i)}{dc_1} = p_i . \frac{dJ^I(c_1^{I,IP}, \theta_i)}{dc_1} > \frac{dJ^I(c_1^{I,IP})}{dc_1}$$

ce qui montre que $c_1^{I,IP} < c_1^{I,IP}(p)$. ■

Preuve de la proposition 6

Pour avoir $c_1^{I,IP} < c_1^{I,AI}$, il faut nécessairement être dans la situation où $\exists \theta_i$ tel que $I^{\theta_i}(c_1^{I,IP}) = 0$, $I^{\theta_{-i}}(c_1^{I,IP}) > 0$, avec $J^I(c_1^{I,IP}) = J^I(c_1^{I,IP}, \theta_i)$,

$$\frac{dJ^I(c_1^{I,IP})}{dc_1} = \frac{dJ^I(c_1^{I,IP}, \theta_i)}{dc_1} = V'(c_1^{I,IP}, \theta_i) < 0$$

Pour obtenir $c_1^{I,IP}(p) = c_1^{I,IP}$ il faut $p_i = 1$. Mais alors on a aussi $c_1^{I,IP}(p) = c_1^{I,AI}(p)$ ce qui implique $c_1^{I,AI}(p) \neq c_1^{I,AI}$ puisque $c_1^{I,IP} < c_1^{I,AI}$. ■

Chapitre 6

Valeurs d'option[1]

Introduction

Les problèmes environnementaux que nous étudions dans la deuxième partie de cette thèse sont caractérisés par des irréversibilités, de l'incertitude et de l'arrivée d'information. Chacune de ces caractéristiques influencent la valorisation des décisions et donc les décisions optimales.

Avec un critère bayésien, Arrow-Fisher (1974) et Henry (1974) ont étudié l'influence dans de tels problèmes, de la prise en compte de l'information future sur la valorisation des décisions de première période et sur les décisions optimales (cf l'effet irréversibilité, chapitre 4). Dans leurs modèles de décision[2], ils montrent en particulier que l'information acquise en seconde période n'a pas de valeur pour une décision irréversible alors qu'elle est valorisable pour une décision flexible car on peut adapter en seconde période la décision au vu de l'information reçue (ce qui n'est pas le cas pour la décision irréversible). Ainsi, la prise en compte de l'information introduit une composante supplémentaire dans la valorisation des décisions de première période. C'est la *valeur de l'information*. Elle est positive (ou nulle). Mais cette valeur de l'information est différente selon le degré de flexibilité de la décision.

[1]Nous remercions Gilles Rotillon pour sa suggestion d'introduire de nouveaux concepts de valeurs d'option.

[2]On se place dans un cas où il existe seulement deux décisions : une décision flexible et une décision irréversible.

Elle est nulle pour la décision irréversible et positive pour la décision flexible. La différence de valeur d'information entre la décision flexible et la décision irréversible s'appelle la *quasi-valeur d'option*. Cette *variation de valeur* (induite par une décision plus flexible) est dans leur exemple positive. L'effet irréversibilité est également vérifié.

Nous allons généraliser cette analyse à un modèle plus général.

De la même manière que pour l'information, nous allons étudier l'influence des autres caractéristiques sur la valorisation des décisions de première période. Ainsi, nous allons étudier l'influence de la présence d'irréversibilité sur la valorisation des décisions à structure d'information donnée, après avoir étudié l'influence de l'information mais dans un problème sans irréversibilité (Arrow-Fisher et Henry étudient le cas où il existe des irréversibilités).

De même que la prise en compte de l'information induit une composante supplémentaire dans la valorisation des décisions (c'est-à-dire la valeur de l'information), la non prise en compte des irréversibilités introduit une composante supplémentaire, que nous appellerons la *valeur de la flexibilité* (à structure d'information donnée). Nous étudierons le signe de ces valeurs.

Nous étudierons également la variation de ces valeurs induite par une décision de première période plus ou moins flexible (ou plus ou moins précautionneuse lorsqu'il n'y a pas de contrainte d'irréversibilité). Nous allons de fait introduire de nouveaux concepts de valeur d'option :

La *F-valeur d'option* correspond à la *variation de la valeur de la flexibilité*, à structure d'information donnée, induite par une décision moins flexible.

La *II-valeur d'option* correspond à la *variation de la valeur de l'information,* en l'absence d'irréversibilité, induite par une décision plus précautionneuse.

Nous analyserons les liens existant avec les différents effets étudiés dans le chapitre précédent. Les effets concernent les décisions optimales de première période alors que les valeurs d'option concernent toutes les décisions de première période.

Les problèmes de décision considérés jusqu'à présent ont comme caractéristiques communes les irréversibilités, l'incertitude, la perspective d'information. Dans le chapitre précédent, nous avons défini le concept de décision *plus précautionneuse que*[3], qui permettait de comparer les décisions en l'absence de contrainte d'irréversibilité. Nous proposons dans ce chapitre une définition qui permet de classer les problèmes de décision selon l'enjeu de précaution qui les caractérise (de la même manière qu'on classe les problèmes selon leur niveau d'information ou selon qu'il y ait ou non de l'irréversibilité dans un problème de décision).

On dira qu'un problème de décision contient *plus d'enjeu de précaution* si une décision moins précautionneuse induit une baisse d'utilité en seconde période plus importante. C'est une caractéristique d'un problème de décision autant que l'irréversibilité ou l'information.

De même qu'un décideur peut ne pas tenir compte de l'information, il pourra ne pas tenir compte de tout l'enjeu de précaution d'un problème de décision. La non prise en compte de l'enjeu de précaution introduit une composante supplémentaire dans la valorisation des décisions, que nous appellerons *valeur de la précaution*. Nous étudierons son signe. Nous introduirons aussi un nouveau concept de valeur d'option, la *P-valeur d'option* qui est la variation de la valeur de la précaution lorsque la décision de première période est moins précautionneuse.

Nous montrons que la valeur de l'information, la valeur de la flexibilité et la valeur de la précaution sont positives (sous certaines hypothèses) : ne pas prendre en compte l'information entraîne une sous-estimation de la valeur des décisions, ne pas prendre en compte les irréversibilités ou l'enjeu de précaution d'un problème entraîne une surestimation de la valeur des décisions. Concernant la variation de ces valeurs, nous montrons que l'irréversibilité et la précaution ont des effets non ambigus contrairement à l'information : ces valeurs d'option sont positives. C'est-à-dire que la surestimation de la valeur des décisions, due à la non prise en compte des

[3]Une décision est précautionneuse si quel que soit l'état du monde, elle ne réduit pas le niveau de bien-être futur.

irréversibilités, est d'autant plus grande que les décisions de première période sont moins flexibles. De même, la surestimation de la valeur des décisions, due à la non prise en compte de l'enjeu de précaution d'un problème, est d'autant plus grande que les décisions de première période sont moins précautionneuses.

Nous établissons un lien entre les notions étudiées dans le chapitre précédent sur les "effets"et les notions de "valeur d'option". Ainsi, si la valeur d'option est positive alors l'effet correspondant est vérifié[4].

Nos résultats sont valables pour le critère Maxmin[5] à l'exception des résultats relatifs à la précaution qui ne sont démontrés qu'avec le critère EU (nous n'avons pas encore pu techniquement traiter le critère Maxmin).

Le chapitre s'organise comme suit. Dans une première section, nous posons le modèle avec ses différentes caractéristiques. Dans une deuxième section, nous proposons de nouveaux concepts de valeur liés à la non prise en compte de l'irréversibilité, de l'information et de l'enjeu de précaution. Dans une troisième section, nous proposons de nouveaux concepts de valeurs d'option[6] et étudions leurs liens avec les effets introduits dans le chapitre précédent.

1 Le modèle

1.1 La fonction objectif et les situations considérées

Nous considérons la même fonction d'utilité intertemporelle que dans le chapitre précédent :

$$U_1(c_1) + U_2(c_2) + V(s, \theta) \text{ avec } s = \delta c_1 + c_2$$

où $c_1 \geq 0$ est la décision de première période, c_2 celle de seconde période, $\delta \geq 0$ et θ l'état du monde. Les fonctions U_1 et U_2 représentent l'utilité retirée directement

[4] Il s'agit de l'effet irréversibilité, l'effet irréversibilité pur, et l'effet informationnel pur.

[5] Comme dans le chapitre précédent, ce critère peut être utilisé pour une incertitude de type 1 lorsque les théories sont entièrement plausibles et pour l'incertitude de type 2, lorsqu'on a aucune information sur les événements pouvant se produire.

[6] Particulier pour la précaution.

des décisions de chaque période et V est une fonction d'utilité liée à un stock et qui sera obtenue en seconde période. L'interprétation des variables c_1 et c_2 dépend du contexte, δ est un taux de survie.

Nous intégrons une caractéristique nouvelle par rapport au chapitre précédent : *l'enjeu de précaution* d'un problème. Les autres caractéristiques sont similaires à celles du chapitre précédent.

1. *L'incertitude :*

   Nous supposons que l'ensemble des états du monde Ω est réduit à deux éléments $\{\theta_1, \theta_2\}$

   Dans les sections 1.3.1, 1.3.2, 2.1, 2.2 et 2.3, l'agent est dans une situation d'incertitude totale, c'est-à-dire qu'il juge possible toutes les distributions de probabilité.

   Dans les sections 1.3.3 et 2.4, sections relatives à la précaution, nous appliquons le critère EU où l'agent est doté en première période de probabilités $(p, 1-p)$ sur Ω. Nous n'avons pas encore pu techniquement traiter le critère Maxmin.

2. *L'information :*

   Nous considérerons deux structures d'information : l'information parfaite (IP), i.e l'agent apprend quel est le vrai état du monde avant de réaliser son choix de seconde période et le cas de l'absence totale d'information (AI) où l'agent ne reçoit aucune nouvelle information entre la première et la seconde période.

3. *L'irréversibilité :*

   Elle se traduit dans notre modèle par une contrainte sur c_2, à savoir $c_2 \geq 0$. Dans un problème avec irréversibilité, on dira qu'une décision de première période c_1 est plus *irréversible* qu'une décision de première période c_1' si elle restreint davantage l'ensemble des choix possibles de seconde période. Cela se traduit dans notre modélisation par $c_1 > c_1'$. Si on considère l'exemple de l'effet de serre, un niveau d'émission de CO_2 plus important correspond à une décision plus irréversible.

4. *La précaution :*

   La définition que nous avons retenue au chapitre précédent traduit l'idée qu'une décision est précautionneuse, si quel que soit l'état du monde, elle ne réduit pas le niveau de bien-être futur. Formellement, nous disons que la décision c_1 est plus *précautionneuse* que la décision c_1' si

$$\forall \theta_i, \underset{c_2}{Max}\ [U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)] \geq \underset{c_2}{Max}\ [U_2(c_2) + V(\delta c_1' + c_2, \theta_i)]$$

On peut introduire une comparaison des problèmes de décision en termes d'enjeu de précaution.

Définition 1 *Un problème de décision D contient plus d'enjeu de précaution qu'un problème D^*, si la baisse d'utilité induite par une décision moins précautionneuse est plus importante, c'est-à-dire si $\forall(c_1, c_1')$ tel que c_1 est plus précautionneuse que c_1' alors$\forall \theta_i$,*

$$\begin{array}{c} \underset{c_2}{Max}\ [U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)] - \underset{c_2}{Max}\ [U_2(c_2) + V(\delta c_1' + c_2, \theta_i)] \geq \\ \underset{c_2}{Max}\ [U_2(c_2) + V^*(\delta^* c_1 + c_2, \theta_i)] - \underset{c_2}{Max}\ [U_2(c_2) + V^*(\delta^* c_1' + c_2, \theta_i)] \end{array}$$

Nous reprenons les hypothèses techniques du chapitre précédent.

Hypothèse H_1 **:** Les fonctions U_1, U_2 et V sont strictement concaves et deux fois différentiables.

Avec la concavité, nous reprenons une hypothèse standard faite dans ces modèles et la stricte concavité nous permet de garantir l'unicité des solutions ce qui nous simplifie notre analyse.

Hypothèse H_2 **:** $\forall \theta_i\ Arg \underset{c_1, c_2}{\max}\ U_1(c_1) + U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)$ sont finies et $\forall \theta_i, \forall c_1\ Arg \underset{c_2}{\max}\ U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)$ est finie.

Cette hypothèse est elle aussi standard.

Nous spécifions à présent "ce qui fait qu'un problème contient plus d'enjeu de précaution" qu'un autre. Nous montrons dans la proposition suivante qu'à un δ plus important correspond un problème dans lequel il y a plus d'enjeu de précaution. *C'est le cas que nous étudierons par la suite lorsqu'on désignera l'enjeu de précaution d'un problème.*

Nous ajouterons, pour seulement certaines propositions, l'hypothèse suivante :

Hypothèse H_3 **:** V décroissante par rapport à son premier argument.

Rappelons que sous cette hypothèse H_3, la flexibilité et la précaution coïncident pour les décisions de première période (cf chapitre précédent).

Proposition 1 *Sous* H_1, H_2 *et* H_3*, si le taux de survie* δ *augmente, le problème contient plus d'enjeu de précaution.*

Preuve

Rappelons que $\frac{d(\underset{c_2}{Max} U_2(c_2)+V(\delta c_1+c_2,\theta_i))}{dc_1} = \delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_i,\delta}(c_1), \theta_i)$ où $c_2 = F^{\theta_i,\delta}(c_1)$ est la solution du programme. De cette hypothèse, il découle que $\underset{c_2}{Max}\ U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2, \theta_i)$ décroissante en c_1 sous H_3. Ainsi, une décision c_1 est plus précautionneuse qu'une décision c_1' si et seulement si $c_1 \leq c_1'$.

Il faut montrer $\delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_i,\delta}(c_1), \theta_i)$ décroit avec δ. Posons $\delta \geq \delta^*$.

On veut montrer que $\delta^* V'(\delta^* c_1 + F^{\theta_i,\delta^*}(c_1), \theta_i) \geq \delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_i,\delta}(c_1), \theta_i)$.

•$F^{\theta_i,\delta^*}(c_1)$ est tel que $u_2'(F^{\theta_i,\delta^*}(c_1)) + V'(\delta^* c_1 + F^{\theta_i,\delta^*}(c_1), \theta_i) = 0$

$F^{\theta_i,\delta}(c_1)$ est tel que $u_2'(F^{\theta_i,\delta}(c_1)) + V'(\delta c_1 + F^{\theta_i,\delta}(c_1), \theta_i) = 0$

De plus, $u_2'(F^{\theta_i,\delta^*}(c_1)) + V'(\delta c_1 + F^{\theta_i,\delta^*}(c_1), \theta_i) < 0$ sous H_1 ($V' < 0$). Donc $F^{\theta_i,\delta^*}(c_1) \geq F^{\theta_i,\delta}(c_1)$ sous H_1.

•$F^{\theta_i,\delta^*}(c_1) \geq F^{\theta_i,\delta}(c_1)$ et sous H_1 (u_2 concave) entrainent que $u_2'(F^{\theta_i,\delta^*}(c_1)) < u_2'(F^{\theta_i,\delta}(c_1))$. Comme $\forall j = \delta^*, \delta$, $V'(jc_1 + F^{\theta_i,j}(c_1), \theta_i) = -u_2'(F^{\theta_i,j}(c_1))$ et $\delta^* \leq \delta$, alors

$\delta^* V'(\delta^* c_1 + F^{\theta_i,\delta^*}(c_1), \theta_i) \geq \delta V'(\delta c_1 + F^{\theta_i,\delta}(c_1))$. ■

1.2 Application des critères

Le critère de choix retenu est le critère Max-min comme dans le chapitre précédent excepté pour les sections sur la précaution, où le critère de choix retenu est alors le critère EU (la généralisation au cas où il n'y a pas de probabilités est un travail en cours). Pour l'implémentation de ces critères, nous renvoyons le lecteur au chapitre précédent.

Nous rappelons les notations adoptées dans le chapitre précédent, notations que nous modifions toutefois légèrement dans ce chapitre pour introduire l'enjeu de précaution.

– **Avec le critère Maxmin**

$I^{\theta_i,\delta}(c_1)$ et $F^{\theta_i,\delta}(c_1)$ sont les choix optimaux de seconde période en présence et en l'absence de la contrainte d'irréversibilité dans l'état θ_i à enjeu de précaution donné et $J^{I,\delta}(c_1,\theta_i)$, $J^{F,\delta}(c_1,\theta_i)$ les fonctions valeurs correspondantes, pour $i = 1, 2$, lorsque l'information est parfaite.

$$\begin{aligned} J^{I,\delta}(c_1,\theta_i) &= U_2(I^{\theta_i,\delta}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_i,\delta}(c_1),\theta_i) = \underset{c_2\geq 0}{Max}\ \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2,\theta_i)\} \\ J^{F,\delta}(c_1,\theta_i) &= U_2(F^{\theta_i,\delta}(c_1)) + V(\delta c_1 + F^{\theta_i,\delta}(c_1),\theta_i) = \underset{c_2}{Max}\ \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2,\theta_i)\} \end{aligned}$$

On note

$$\begin{aligned} J^{I,\delta}(c_1) &= \underset{\theta_i}{Min}\ J^{I,\delta}(c_1,\theta_i) \\ J^{F,\delta}(c_1) &= \underset{\theta_i}{Min}\ J^{F,\delta}(c_1,\theta_i) \end{aligned}$$

les fonctions valeurs avec information parfaite

$I^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1)$ et $F^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1)$ sont les choix optimaux de seconde période en présence et en l'absence de la contrainte d'irréversibilité, en absence d'information et à enjeu de précaution donné. $J^{I,\delta}(c_1,\theta_1,\theta_2)$ et $J^{F,\delta}(c_1,\theta_1,\theta_2)$ sont les fonctions valeurs correspondantes "avec absence d'information".

$$\begin{aligned}
J^{I,\delta}(c_1,\theta_1,\theta_2) &= \underset{\theta_i}{min}\ \{U_2(I^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1)) + V(\delta c_1 + I^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1),\theta_i)\} \\
&= \underset{c_2\geq 0}{Max}\{\underset{\theta_i}{Min}\ \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2,\theta_i)\}\} \\
J^{F,\delta}(c_1,\theta_1,\theta_2) &= \underset{\theta_i}{min}\ \{U_2(F^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1)) + V(\delta c_1 + F^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1),\theta_i)\} \\
&= \underset{c_2}{Max}\{\underset{\theta_i}{Min}\ \{U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2,\theta_i)\}\}
\end{aligned}$$

Nous sommes ici dans un problème avec enjeu de précaution donné. Pour désigner un problème avec moins d'enjeu de précaution, on remplacera δ par δ^*, avec $\delta \geq \delta^*$

– **Avec le critère EU**

Nous reprenons les notations précédentes en introduisant toutefois :

$$\begin{aligned}
J_p^{I,\delta}(c_1) &= E_p J^{I,\delta}(c_1,\theta_i) \\
J_p^{F,\delta}(c_1) &= E_p J^{F,\delta}(c_1,\theta_i)
\end{aligned}$$

les fonctions valeurs anticipées par l'agent lorsqu'il s'attend à recevoir une information parfaite, $I_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1)$, $F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1)$, $J_p^{I,\delta}(c_1,\theta_1,\theta_2)$ et $J_p^{F,\delta}(c_1,\theta_1,\theta_2)$ les choix optimaux et les fonctions valeurs.

$$\begin{aligned}
J_p^{I,\delta}(c_1,\theta_1,\theta_2) &= E_p\left(U_2(I_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1)) + V(\delta c_1 + I_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1),\theta_i)\right) \\
&= \underset{c_2\geq 0}{Max}\ E_p\left(U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2,\theta_i)\right) \\
J_p^{F,\delta}(c_1,\theta_1,\theta_2) &= E_p\left(U_2(F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1)) + V(\delta c_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1),\theta_i)\right) \\
&= Max\ E_p\left(U_2(c_2) + V(\delta c_1 + c_2,\theta_i)\right)
\end{aligned}$$

1.3 Valeur de l'information, valeur de la flexibilité, valeur de la précaution

Les 3 caractéristiques du problème de décision, qui sont l'information, l'irréversibilité et la précaution, vont avoir une influence sur la valorisation des décisions de première période.

Arrow-Fisher (1974) et Henry (1974) montrent que lorsqu'on tient compte de l'information future dans la valorisation des décisions de première période (dans un problème avec des irréversibilités), il y a une composante supplémentaire à la valorisation de chaque décision, c'est la valeur de l'information. Cette composante est positive.

De la même manière que ces auteurs ont étudié l'influence de l'information, nous allons étudier l'influence des autres caractéristiques du problème sur la valorisation des décisions de première période. De fait, nous allons définir systématiquement les composantes supplémentaires à la valorisation des décisions de première période.

Il s'agit dès lors de définir :

- la composante supplémentaire induite par l'arrivée d'information à structure d'irréversibilité[7] et à enjeu de précaution du problème de décision donnés. C'est la *valeur de l'information.*

- la composante supplémentaire induite par l'absence de la contrainte d'irréversibilité sur la valorisation des décisions à structure d'information donnée[8] et à enjeu de précaution du problème de décision donné. C'est la *valeur de la flexibilité.*

- la composante supplémentaire induite par un problème de décision contenant moins d'enjeu de précaution sur la valorisation des décisions à structure d'information donnée, et sans irréversibilité (F). C'est la *valeur de la précaution.*

Nous déterminerons le signe de toutes ces valeurs.

L'étape suivante (section 2) consistera à analyser *la variation de ces valeurs* induite par une décision plus ou moins flexible (ou plus ou moins précautionneuse lorsqu'il n'y a pas de contrainte d'irréversibilité). Ce sera la définition des valeurs d'option.

---

[7] Par structure d'irréversibilité donnée, on entend avec une contrainte d'irréversibilité (I), et sans contrainte d'irréversibilité (F).

[8] i.e. avec absence d'information (AI) et avec information parfaite (IP) dans notre modèle

1.3.1 Valeur de l'information

Un décideur peut ne pas tenir compte de la perspective d'information future dans son évaluation des décisions. Les raisons peuvent être diverses. Arrow-Fisher (1974) et Henry (1974) ainsi que Fisher-Hanemann (1987) et Hanemann (1989) invoquent l'exemple de la règle de décision coûts-bénéfices, règle souvent utilisée mais qui ne tient pas compte de l'information future dans la valorisation des décisions puisqu'elle remplace les variables aléatoires par leurs espérances. D'autres raisons peuvent être invoquées. Ainsi, le problème de décision peut être mal posé ou de façon incomplète. Le décideur peut aussi ne pas savoir quelle information va arriver ou ne pas savoir si de l'information va arriver (est-ce que la recherche va aboutir et donner de l'information ?) et décider dès lors de ne pas en tenir compte. Enfin, l'acquisition d'information peut être volontaire (coûteuse)...

Dès lors, pour chaque décision de première période c_1, l'utilité maximale atteignable en seconde période est selon le décideur $J^{I,\delta}(c_1, \theta_1, \theta_2)$. Alors que s'il tenait compte de l'information future[9], elle serait de $J^{I,\delta}(c_1)$. Pour chaque décision c_1, le décideur fait donc une *différence d'estimation* de $J^{I,\delta}(c_1) - J^{I,\delta}(c_1, \theta_1, \theta_2) \geq 0$. Cette différence représente le gain permis par l'information, appelé *valeur de l'information.* Ce gain est du au fait que l'on peut prendre des décisions plus adéquates en seconde période au vu de l'information. Ce gain est différent selon les décisions c_1.

On note $VI^{I,\delta}(c_1)$ la valeur de l'information avec irréversibilité :

$$VI^{I,\delta}(c_1) = J^{I,\delta}(c_1) - J^{I,\delta}(c_1, \theta_1, \theta_2).$$

Mais le problème ne contient pas forcément des irréversibilités. La valeur de l'information est alors différente et on la note :

$$VI^{F,\delta}(c_1) = J^{F,\delta}(c_1) - J^{F,\delta}(c_1, \theta_1, \theta_2).$$

La valeur de l'information est positive avec ou sans irréversibilité et à enjeu de

[9] Rappelons que l'information ici signifie information parfaite.

précaution donné, i.e. $VI^{I,\delta}(c_1) \geq 0$ et $VI^{F,\delta}(c_1) \geq 0$: un décideur qui ne tient pas compte de l'information sous-estime la valeur associée à chaque décision c_1.

1.3.2 Valeur de la flexibilité

De la même manière que dans la section précédente on a discuté de la présence ou l'absence d'information comme d'un caractère "endogène", on peut discuter de la même manière de la présence ou de l'absence de la contrainte d'irréversibilité.

Une première histoire peut être de considérer que le décideur peut ne pas tenir compte de la contrainte d'irréversibilité dans son évaluation des décisions par ignorance, erreur ou par espoir mal fondé (dans l'exemple du stockage des gaz à effet de serre, il peut croire que l'on pourra destocker en seconde période).

Une seconde histoire est de considérer qu'il est envisageable de faire disparaître la contrainte d'irréversibilité. De même que l'on calculait ce que pourrait rapporter de l'information (section 1.3.1), on peut calculer ici ce que pourrait rapporter la suppression de la contrainte d'irréversibilité. Par exemple dans le cadre du réchauffement climatique, ce serait réussir à développer une technologie efficace de "puits de carbone". Ainsi, comme pour la valeur de l'information, nous choisissons de calculer une valeur de la flexibilité : c'est le gain à lever la contrainte d'irréversibilité. Bien entendu, ce gain est contextuel à la structure d'information et au niveau d'enjeu de précaution. Considérons par exemple le cas d'information parfaite, le raisonnement en absence d'information est identique.

On considère un décideur qui imagine pouvoir lever la contrainte d'irréversibilité, i.e. la contrainte $c_2 \geq 0$. Pour chaque décision c_1, l'utilité maximale atteignable en deuxième période est donc selon le décideur, $J^{F,\delta}(c_1)$. Alors que si ce décideur tenait compte des irréversibilités, elle serait de $J^{I,\delta}(c_1)$. Pour chaque décision c_1, le décideur fait donc une *différence d'estimation* de $J^{I,\delta}(c_1) - J^{F,\delta}(c_1)$, qui représente le coût induit par l'irréversibilité et donc $J^{F,\delta}(c_1) - J^{I,\delta}(c_1)$ un gain permis par la flexibilité, que nous appelons la *valeur de la flexibilité.* On la note $VF^{IP,\delta}(c_1)$. Ce gain est du au fait que l'on peut prendre des décisions non contraintes en seconde période (cf proposition suivante).

On peut faire le même raisonnement avec absence d'information. On note $VF^{AI,\delta}(c_1)$ la valeur de la flexibilité en absence d'information:

$$VF^{AI,\delta}(c_1) = J^{F,\delta}(c_1, \theta_1, \theta_2) - J^{I,\delta}(c_1, \theta_1, \theta_2)$$

et la valeur de la flexibilité en information parfaite :

$$VF^{IP,\delta}(c_1) = J^{F,\delta}(c_1) - J^{I,\delta}(c_1).$$

La proposition suivante montre qu'un décideur qui pense pouvoir lever la contrainte d'irréversibilité surestime la valeur de chaque décision de première période[10].

Proposition 2 *Sous les hypothèses H_1 et H_2, avec le critère Maxmin, la valeur de la flexibilité est positive à structure d'information et enjeu de précaution donnés, i.e.* $VF^{AI,\delta}(c_1) \geq 0$ et $VF^{IP,\delta}(c_1) \geq 0$

Preuve

Quand on maximise une fonction sous contrainte (I), le maximum atteint est toujours inférieur à celui atteint lorsqu'on maximise la même fonction sans contrainte (F) ■

1.3.3 Valeur de la précaution

Comme pour l'information et la contrainte d'irréversibilité, il est possible de considérer que le niveau d'enjeu de précaution peut revêtir un caractère "endogène", soit parce que le décideur le sousestime plus ou moins consciemment, soit parce qu'il envisage qu'une technologie qui puisse le faire baisser sera disponible. Il pense que demain on saura faire baisser δ : par exemple dans le domaine du nucléaire, il existera des technologies efficaces de retraitement.

[10] Les résultats ne sont explicités que pour le critère Maxmin mais les définitions pourraient tout à fait être adaptées au cas EU et des résultats similaires seraient obtenus.

Ainsi, comme pour la valeur de l'information et de la flexibilité, nous choisissons de calculer une valeur de la précaution : c'est le gain de valeur à baisser le taux de survie δ.

On considère un décideur qui imagine pouvoir diminuer le niveau d'enjeu de précaution, dans un problème où il n'y a pas d'irréversibilités. Pour chaque décision c_1, l'utilité maximale atteignable est donc selon lui $J_p^{F,\delta^*}(c_1)$. Alors que si ce décideur tenait compte d'un niveau d'enjeu de précaution plus élevé[11], elle serait de $J_p^{F,\delta}(c_1)$. Pour chaque décision c_1, le décideur fait donc une *différence d'estimation* de $J_p^{F,\delta^*}(c_1) - J_p^{F,\delta}(c_1)$, qui représente la valeur induite par un niveau d'enjeu de précaution moins élevé, que nous appelons *valeur de la précaution.*

On note $VP^{IP,F}(c_1)$ la valeur de la précaution (sans irréversibilité et en information parfaite). Ainsi,

$$VP^{IP,F}(c_1) = J_p^{F,\delta^*}(c_1) - J_p^{F,\delta}(c_1).$$

On peut faire le même raisonnement avec absence d'information. On note $VP^{AI,F}(c_1)$ la valeur de la précaution sans irréversibilité et en absence d'information. Ainsi,

$$VP^{AI,F}(c_1) = J_p^{F,\delta^*}(c_1, \theta_1, \theta_2) - J_p^{F,\delta}(c_1, \theta_1, \theta_2).$$

Nous étudions à présent le signe de $VP^{IP,F}(c_1)$ et $VP^{AI,F}(c_1)$.

Nous allons considérer une hypothèse supplémentaire. Cela correspond à un modèle à la Ulph-Ulph (1997)[12].

Hypothèse H_4 : U_2 est positive et croissante et V est négative et décroissante

L'hypothèse H_4 implique l'hypothèse H_3.

La proposition suivante montre que, sous certaines hypothèses, un décideur qui ne tient pas compte de l'enjeu de précaution d'un problème surestime la valeur de chaque décision de première période.

[11] rappelons que $\delta \geq \delta^*$

[12] Un problème du type gaz à effet de serre.

Proposition 3 *Sous H_1, H_2 et H_4, avec le critère EU, la valeur de la précaution, correspondant à une diminution du taux de survie δ, est positive à structure d'information donnée et sans irréversibilités, i.e.* $VP^{AI,F}(c_1) \geq 0$ et $VP^{IP,F}(c_1) \geq 0$.

Preuve

a) Déterminons le signe de $VP^{IP,F}(c_1)$:

$VP^{IP,F}(c_1) = J_p^{F,\delta^*}(c_1) - J_p^{F,\delta}(c_1)$ où $J_p^{F,\delta}(c_1) = E_p[u_2(F^{\theta_i,\delta}) + \delta V(\delta c_1 + F^{\theta_i,\delta}(c_1), \theta_i)]$ et $J_p^{F,\delta^*}(c_1) = E_p[u_2(F^{\theta_i,\delta^*}) + \delta^* V(\delta^* c_1 + F^{\theta_i,\delta^*}(c_1), \theta_i)]$ où $\delta \geq \delta^*$

On sait que $\forall \theta_i, F^{\theta_i,\delta^*}(c_1) \geq F^{\theta_i,\delta}(c_1)$ et $\delta^* c_1 + F^{\theta_i,\delta^*}(c_1) \leq \delta c_1 + F^{\theta_i,\delta}(c_1)$. Donc $u_2(F^{\theta_i,\delta^*}) \geq u_2(F^{\theta_i,\delta})$ et $V(\delta^* c_1 + F^{\theta_i,\delta^*}(c_1)) \geq V(\delta c_1 + F^{\theta_i,\delta}(c_1))$ sous H_4 (u_2 croissante et V décroissante). Ainsi, $J_p^{F,\delta^*}(c_1) \geq J_p^{F,\delta}(c_1)$ sous H_4 ($V \leq 0$). On a alors $VP^{IP,\delta}(c_1) \geq 0$

b) Déterminons le digne de $VP^{AI,F}(c_1)$:

$VP^{AI,F}(c_1) = J_p^{F,\delta^*}(c_1, \theta_1, \theta_2) - J_p^{F,\delta}(c_1, \theta_1, \theta_2)$ où $J_p^{F,\delta}(c_1, \theta_1, \theta_2) = E_p[u_2(F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}) + \delta V(\delta c_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1), \theta_i)]$ et $J_p^{F,\delta^*}(c_1, \theta_1, \theta_2) = E_p[u_2(F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}) + \delta^* V(\delta^* c_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1), \theta_i)]$

•$F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1)$ est tel que $u_2'(F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1)) + E_p[V'(\delta^* c_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1), \theta_i)] = 0$

$F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1)$ est tel que $u_2'(F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1)) + E_p[V'(\delta c_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1), \theta_i)] = 0$

De plus, $u_2'(F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1)) + E_p[V'(\delta c_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1), \theta_i)] < 0$ sous H_1 ($V' < 0$). Donc $F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1) \geq F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1)$ sous H_1.

•$F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1) \geq F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1)$ et u_2 concave (H_1) entrainent que $u_2'(F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1)) < u_2'(F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1))$.

Comme $\forall j = \delta^*, \delta$, $E_p[V'(jc_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2,j}(c_1), \theta_i)] = -u_2'(F_p^{\theta_1,\theta_2,j}(c_1))$, alors $E_p[V'(\delta^* c_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1), \theta_i)] \geq E_p[V'(\delta c_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1), \theta_i))$ et $\delta^* c_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1) \leq \delta c_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1)$

On sait que $F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1) \geq F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}$ et $\delta^* c_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1) \leq \delta c_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1)$. Donc $u_2(F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1)) \geq u_2(F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1))$ et $E_p[V(\delta^* c_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1), \theta_i)] \geq E_p[V(\delta c_1 + F_p^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1), \theta_i))$ sous H_4 (u_2 croissante et V décroissante). Ainsi, $J_p^{F,\delta^*}(c_1, \theta_1, \theta_2) \geq J_p^{F,\delta}(c_1, \theta_1, \theta_2)$ sous H_4 ($V \leq 0$).

On a alors $VP^{AI,F}(c_1) \geq 0$ ■

2 Valeurs d'option

Nous avons étudié dans la section précédente l'effet de l'arrivée d'information, de l'abscence de la contrainte d'irréversibilité, et d'un problème contenant moins d'enjeu de précaution sur la valorisation des décisions de première période. Ces caractéristiques concernent toujours la seconde période.

Nous avons été amené pour cela à définir 3 valeurs, qui sont les 3 composantes supplémentaires à la valorisation d'une décision. Ces valeurs dépendent de la décision de première période. Elles vont varier selon le niveau de flexibilité, de précaution des décisions.

La *variation d'une valeur*, induite par une décision plus ou moins flexible (ou plus ou moins précautionneuse lorsqu'il n'existe pas d'irréversibilité), définira ce qu'on appelle une *valeur d'option*. En plus du concept de quasi-valeur d'option déjà existant, nous proposons 3 nouveaux concepts de valeur d'option :

-la variation de la valeur de l'information induite par une décision plus flexible en présence d'irréversibilité définit la *quasi-valeur d'option.*

-la variation de la valeur de l'information induite par une décision plus précautionneuse en absence d'irréversibilité définit la *II-valeur d'option.*

-la variation de la valeur de la flexibilité induite par une décision moins flexible définit la *F-valeur d'option.*

-la variation de la valeur de la précaution induite par une décision moins précautionneuse définit la *P-valeur d'option.*

Après la définition des différentes valeurs d'option, nous étudions leurs signes et établissons les liens existants avec les effets définis dans le chapitre précédent.

Rappelons que dans notre modèle, la flexibilité des décisions décroît avec c_1.

On peut déjà remarquer que pour les valeurs d'option (non compris la P-valeur d'option) leurs signes seront les mêmes à enjeu de précaution donné, puisque les valeurs ont la même forme analytique quel que soit l'enjeu de précaution.

2.1 La quasi-valeur d'option (Q-valeur d'option)

La Q-valeur d'option mesure la variation de la valeur de l'information (avec présence d'irréversibilités et à enjeu de précaution donné) induite par une décision de première période plus flexible.

La Q-valeur d'option est donc positive si la sous-estimation de la valeur des décisions de première période, due au fait que le décideur ne tient pas compte de l'information future (par contre il tient compte de la contrainte d'irréversibilité) est d'autant plus forte que la décision c_1 est plus flexible.

La Q-valeur d'option est positive si une décision moins flexible diminue la valeur de l'information.

Définition 2 *La Q-valeur d'option est la variation de la valeur de l'information, avec irréversibilités et à enjeu de précaution donné, induite par une décision de première période plus flexible, i.e.* $-\frac{\partial VI^{I,\delta}(c_1)}{\partial c_1}$

Proposition 4 *Sous les hypothèses H_1 et H_2, avec le critère Maxmin, la Q-valeur d'option n'est pas nécessairement positive*

Preuve

La Q-valeur d'option n'est pas nécessairement positive puisque $\frac{\partial VI^{I,\delta}(c_1)}{\partial c_1} = \frac{\partial J^{I,\delta}(c_1)}{\partial c_1} - \frac{\partial J^{I,\delta}(c_1,\theta_1,\theta_2)}{\partial c_1}$ ne peut être signé sans équivoque (cf chapitre précédent). ■

Dans la proposition suivante, nous établissons le lien entre la Q-valeur d'option et l'effet irréversibilité. Nous avons défini l'effet irréversibilité au chapitre précédent. On dit qu'il y a effet irréversibilité si la perspective d'information induit une décision optimale de première période plus flexible avec une contrainte d'irréversibilité.

Proposition 5 *Sous les hypothèses H_1 et H_2, avec le critère Maxmin, si la Q-valeur d'option est positive alors il y a un effet irréversibilité.*

Preuve

$\frac{\partial VI^{I,\delta}(c_1)}{\partial c_1} \leq 0 \Longleftrightarrow \frac{\partial J^{I,\delta}(c_1)}{\partial c_1} \leq \frac{\partial J^{I,\delta}(c_1,\theta_1,\theta_2)}{\partial c_1}$ ce qui implique l'effet irréversibilité puisqu'il est vérifié lorsque $\frac{\partial J^{I,\delta}(c_1^{I,AI,\delta})}{\partial c_1} \leq \frac{\partial J^{I,\delta}(c_1^{I,AI,\delta},\theta_1,\theta_2)}{\partial c_1}$ où $c_1^{I,AI,\delta}$ est la décision optimale de première période avec une contrainte d'irréversibilité, sans information et à enjeu de précaution donné. ■

La Q-valeur d'option est mise en évidence dans un cadre où le décideur ne tient pas compte de l'information mais tient compte des irréversibilités présentes. On propose, dans les sections suivantes, d'autres valeurs d'option afin de distinguer le rôle joué par la non prise en compte de l'information future et des irréversibilités dans les différences d'estimation des décisions.

L'exemple de l'exploitation/préservation :

Pour les différentes valeurs d'option, donnons un exemple simple de décision binaire. Deux décisions sont possibles en première période : exploiter ($d1$) ou préserver ($d0$) un espace naturel. Si le décideur choisit d'exploiter en première période, il devra conserver ce choix en seconde période ($d1$). Par contre, s'il choisit de préserver en première période ($d0$), il pourra continuer à préserver en seconde période ou décider l'exploitation. Exploiter est une décision plus irréversible que préserver.

Les valeurs de l'information suite à la décision d'exploiter et suite à la décision de préserver sont données respectivement par $VI^I(d1) = 0$ et $VI^F(d0) = J^I(d0) - J^I(d0, \theta_1, \theta_2) \geq 0$. Un décideur qui ne tient pas compte de l'information sous-estime plus les bénéfices de la préservation que ceux de l'exploitation puisque $VI^I(d0) > VI^I(d1)$.

2.2 La II-valeur d'option

Nous proposons dans cette section la II-valeur d'option, valeur d'option associée à la non prise en compte de l'information future mais dans un problème où il n'y a pas d'irréversibilité, alors que la Q-valeur d'option est définie dans un problème où les irréversibilités sont prises en compte.

La *II-valeur d'option* mesure la variation de la valeur de l'information induite par une décision plus précautionneuse sans irréversibilités et à enjeu de précaution donné.

La II-valeur d'option est positive si la sous-estimation de la valeur des décisions de première période, due au fait que le décideur ne tient pas compte de l'information dans un problème sans irréversibilités, est d'autant plus faible que la décision c_1 est moins précautionneuse.

La II-valeur d'option est donc positive si une décision moins précautionneuse diminue la valeur de l'information.

Définition 3 *La II-valeur d'option est la variation de la valeur de l'information, sans irréversibilité et à enjeu de précaution donné, induite par une décision plus précautionneuse, i.e.* $VI^{F,\delta}(c_1) - VI^{F,\delta}(c_1')$ *où* c_1 *est plus précautionneuse que* c_1'

Sous H_3 (lorsque la flexibilité et la précaution coïncident), la II-valeur d'option est la valeur marginale de l'information sans irréversibilité, $-\frac{\partial VI^{F,\delta}(c_1)}{\partial c_1}$

Proposition 6 *Sous les hypothèses* H_1 *et* H_2*, avec le critère Maxmin, la II-valeur d'option n'est pas nécessairement positive.*

Preuve

La II-valeur d'option n'est pas nécessairement positive puisque le signe de $\frac{\partial J^{F,\delta}(c_1)}{\partial c_1} - \frac{\partial J^{F,\delta}(c_1,\theta_1,\theta_2)}{\partial c_1}$ ne peut être déterminé sans équivoque (cf chapitre précédent) ■

Dans la proposition suivante, nous faisons le lien entre la II-valeur d'option et l'effet informationnel. Rappelons la définition de l'effet informationnel pur donnée au chapitre précédent : il y a effet informationnel pur si la perspective d'information induit une décision optimale de première période plus précautionneuse en l'absence d'irréversibilité.

Proposition 7 *Sous les hypothèses* H_1, H_2 *et* H_3*, avec le critère Maxmin, si la II-valeur d'option est positive alors il y a un effet informationnel pur*

Preuve

$\frac{\partial VI^{F,\delta}(c_1)}{\partial c_1} \leq 0 \Longleftrightarrow \frac{\partial J^{F,\delta}(c_1)}{\partial c_1} \leq \frac{\partial J^{F,\delta}(c_1,\theta_1,\theta_2)}{\partial c_1}$ ce qui implique l'effet informationnel pur puisqu'il est vérifié lorsque $\frac{\partial J^{F}(c_1^{F,AI,\delta})}{\partial c_1} \leq \frac{\partial J^{F}(c_1^{F,AI,\delta},\theta_1,\theta_2)}{\partial c_1}$ où $c_1^{F,AI,\delta}$ est la décision optimale de première période en l'absence d'irréversibilité et d'information, à enjeu de précaution donné (cf chapitre précédent). ■

Exemple de l'exploitation/préservation :

Les valeurs de l'information suite à la décision d'exploiter et suite à la décision de préserver sont données respectivement par $VI^F(d1) = J^F(d1) - J^F(d1, \theta_1, \theta_2) \geq 0$ *et* $VI^F(d0) = J^F(d0) - J^F(d0, \theta_1, \theta_2) \geq 0$. *Un décideur qui ne tient pas compte de l'information sous-estime plus les bénéfices de la préservation si* $VI^F(d0) > VI^F(d1)$.

2.3 La F-valeur d'option

La *F-valeur d'option* mesure la variation de la valeur de la flexibilité induite par une décision moins flexible[13] à structure d'information et enjeu de précaution donnés.

La F-valeur d'option est positive si la surestimation, due au fait que le décideur ne tient pas compte de la contrainte d'irréversibilité, est d'autant plus forte que la décision de première période est moins flexible.

La F-valeur d'option est positive si une décision moins flexible augmente la valeur de la flexibilité.

Définition 4 *La F-valeur d'option est la variation de la valeur de la flexibilité induite par une décision moins flexible à structure d'information et enjeu de précaution donnés, i.e.* $\frac{\partial VF^{IP,\delta}(c_1)}{\partial c_1}$ ou $\frac{\partial VF^{AI,\delta}(c_1)}{\partial c_1}$.

Proposition 8 *Sous les hypothèses* H_1 *et* H_2*, avec le critère Maxmin, la F-valeur d'option est toujours positive*

Preuve

$\frac{\partial VF^{IP,\delta}(c_1)}{\partial c_1} = \frac{\partial J^{F,\delta}(c_1)}{\partial c_1} - \frac{\partial J^{I,\delta}(c_1)}{\partial c_1}$. La F-valeur d'option est positive puisque $\forall c_1$, $\frac{\partial J^{I,\delta}(c_1)}{\partial c_1} \leq \frac{\partial J^{F,\delta}(c_1)}{\partial c_1}$ (cf chapitre précédent). Idem pour l'absence d'information. ■

[13] On définit la F-valeur d'option par rapport à une décision moins flexible afin que la F-valeur d'option positive puisse être associée à l'effet irréversibilité pur.

Dans la proposition suivante, nous faisons le lien entre la F-valeur d'option et l'effet irréversibilité pur. Rappelons la définition de l'effet irréversibilité pur donnée au chapitre précédent : il y a effet irréversibilité pur si la présence de la contrainte d'irréversibilité induit une décision optimale de première période plus flexible quelle que soit la structure d'information.

Proposition 9 *Sous les hypothèses H_1 et H_2, avec le critère Maxmin, si la F-valeur d'option est positive alors il y a un effet irréversibilité pur.*

Preuve
$\frac{\partial VF^{IP,\delta}(c_1)}{\partial c_1} \geq 0 \Longleftrightarrow \frac{\partial J^{I,\delta}(c_1)}{\partial c_1} \leq \frac{\partial J^{F,\delta}(c_1)}{\partial c_1}$ ce qui implique l'effet irréversibilité pur puisqu'il est vérifié lorsque $\frac{\partial J^{I,\delta}(c_1^{F,IP,\delta})}{\partial c_1} \leq \frac{\partial J^{F,\delta}(c_1^{F,IP,\delta})}{\partial c_1}$ où $c_1^{F,IP,\delta}$ est la décision optimale de première période en l'absence d'irréversibilité, avec information parfaite et enjeu de précaution donné. Idem pour le cas d'absence d'information. ■

Exemple de l'exploitation/préservation :

Les valeurs de la flexibilité suite à la décision d'exploiter et suite à la décision de préserver sont données respectivement par $VF^{IP}(d1) = J^F(d1) - J^I(d1) > 0$ *et* $VF^{IP}(d0) = J^F(d0) - J^I(d0) = 0$. *Ainsi,* $VF^{IP}(d1) > VF^{IP}(d0)$, *i.e. un décideur qui ne tient pas compte de la contrainte d'irréversibilité sur-estime les bénéfices du développement. Quand elle est prise en compte, il y a une composante en moins aux bénéfices associés au développement (c'est la F-valeur d'option).*

2.4 La P-valeur d'option

La *P-valeur d'option* mesure la variation de la valeur de la précaution induite par une décision moins précautionneuse (sans irréversibilité et à structure d'information donnée).

La P-valeur d'option est positive si la surestimation de la valeur des décisions, due au fait que le décideur ne tienne pas compte de l'enjeu de précaution, est d'autant plus forte que la décision c_1 est moins précautionneuse. La P-valeur d'option est positive si une décision moins précautionneuse augmente la valeur de la précaution.

Définition 5 *La P-valeur d'option est la variation de la valeur de la précaution, à structure d'information donnée et sans irréversibilité, induite par une décision moins précautionneuse, i.e.* $VP^{AI,F}(c_1') - VP^{AI,F}(c_1)$ *ou* $VP^{IP,F}(c_1') - VP^{IP,F}(c_1)$ *avec* c_1 *plus précautionneuse que* c_1'

Sous H_3 (i.e. lorsque la flexibilité et la précaution coïncident), la P-valeur d'option est la valeur marginale de la précaution $\frac{\partial VP^{AI,F}(c_1)}{\partial c_1}$ ou $\frac{\partial VP^{IP,F}(c_1)}{\partial c_1}$

Proposition 10 *i) sous les hypothèses* H_1 *et* H_2*, avec le critère EU, la P-valeur d'option est positive en information parfaite*
ii) sous les hypothèses H_1*,* H_2 *et* H_3*, avec le critère EU, la P-valeur d'option est positive en absence d'information*

Preuve

a) Information parfaite

D'après la définition 1, $\forall \theta_i, J^{F,\delta}(c_1, \theta_i) - J^{F,\delta}(c_1', \theta_i) \geq J^{F,\delta^*}(c_1, \theta_i) - J^{F,\delta^*}(c_1', \theta_i)$ avec c_1 plus précautionneuse que c_1'.

Ce qui se réecrit $\forall \theta_i, -J^{F,\delta}(c_1, \theta_i) + J^{F,\delta^*}(c_1, \theta_i) \leq -J^{F,\delta}(c_1', \theta_i) + J^{F,\delta^*}(c_1', \theta_i)$

Donc $E_p[-J^{F,\delta}(c_1, \theta_i) + J^{F,\delta^*}(c_1, \theta_i)] \leq E_p[-J^{F,\delta}(c_1', \theta_i) + J^{F,\delta^*}(c_1', \theta_i)]$

D'où $VP^{IP,F}(c_1) \leq VP^{IP,F}(c_1')$.

b) Absence d'information

$\frac{\partial VP^{AI,F}(c_1)}{\partial c_1} = \frac{dJ_p^{F,\delta^*}(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1} - \frac{dJ_p^{F,\delta}(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1}$

$\frac{dJ_p^{F,\delta}(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1} = \frac{dE_p[u_2(F^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1))+\delta V(\delta c_1+F^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1),\theta_i)]}{dc_1} = \delta E_p[V'(\delta c_1+F^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1),\theta_i)]$

$\frac{dJ_p^{F,\delta^*}(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1} = \delta^* E_p[V'(\delta^* c_1 + F^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1), \theta_i)]$

Or $\delta^* c_1 + F^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1) \leq \delta c_1 + F^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1)$ et V concave (hypothèse H_1).

Donc $\forall \theta_i, V'(\delta^* c_1 + F^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1), \theta_i) \geq V'(\delta c_1 + F^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1), \theta_i)$,

et comme V décroissante (hypothèse H_3), $\delta \geq \delta^*$ alors $\delta^* E_p[V'(\delta^* c_1+F^{\theta_1,\theta_2,\delta^*}(c_1), \theta_i)] \geq \delta E_p[V'(\delta c_1 + F^{\theta_1,\theta_2,\delta}(c_1), \theta_i)]$

$\frac{\partial VP^{AI,F}(c_1)}{\partial c_1} \geq 0.$

$\blacksquare$

Un décideur qui ne tient pas compte d'une partie de l'enjeu de précaution d'un problème de décision, en considérant par exemple un taux de survie de la pollution plus petit, surestime la valeur de chaque décision ($VP(c_1) \geq 0$). Cette surestimation est d'autant plus grande que la décision est moins précautionneuse.

Mesurons à présent l'impact, sur les décisions de première période, de la non prise en compte d'une partie de l'enjeu de précaution.

On note $c_{1,p}^{\delta}$ la décision optimale de première période pour un problème de décision et $c_{1,p}^{\delta^*}$ la décision optimale de première période pour un problème de décision comportant moins d'enjeu de précaution que le problème précédent (avec le critère EU).

Définition 6 *Il y a un "effet précaution" si, dans un problème de décision présentant plus d'enjeu de précaution, la décision optimale est plus précautionneuse à structure d'information donnée et sans irréversibilité.*

Proposition 11 *Sous les hypothèses H_1, H_2 et H_3, avec le critère EU, l'effet précaution est vérifié : dans un problème de décision présentant plus d'enjeu de précaution la décision optimale est plus précautionneuse, i.e. $c_{1,p}^{IP,F,\delta^*} \geq c_{1,p}^{IP,F,\delta}$ et $c_{1,p}^{AI,F,\delta^*} \geq c_{1,p}^{AI,F,\delta}$.*

Preuve

a) Information parfaite

$c_{1,p}^{IP,F,\delta^*}$ vérifie $u_1'(c_{1,p}^{IP,F,\delta^*}) + \frac{dE_p(J^{F,\delta^*}(c_{1,p}^{IP,F,\delta^*},\theta_i))}{dc_1} = 0$,

$c_{1,p}^{IP,F,\delta}$ vérifie $u_1'(c_{1,p}^{IP,F,\delta}) + \frac{dE_p(J^{F,\delta}(c_{1,p}^{IP,F,\delta},\theta_i))}{dc_1} = 0$

Or, comme $\frac{\partial VP^{IP,F}(c_1)}{\partial c_1} = \frac{dJ_p^{F,\delta^*}(c_1,\theta_i)}{dc_1} - \frac{dJ_p^{F,\delta}(c_1,\theta_i)}{dc_1} \geq 0, u_1'(c_{1,p}^{IP,F,\delta^*}) + \frac{dE_p(J^{F,\delta}(c_{1,p}^{IP,F,\delta^*},\theta_i))}{dc_1} \leq 0$. Sous H_1, on conclut que $c_{1,p}^{IP,F,\delta^*} \geq c_{1,p}^{IP,F,\delta}$

b) Absence d'information

$c_{1,p}^{AI,F,\delta^*}$ vérifie $u_1'(c_{1,p}^{AI,F,\delta^*}) + \frac{dJ_p^{F,\delta^*}(c_{1,p}^{AI,F,\delta^*},\theta_1,\theta_2)}{dc_1} = 0$,

$c_{1,p}^{AI,F,\delta}$ vérifie $u_1'(c_{1,p}^{AI,F,\delta}) + \frac{dJ_p^{F,\delta}(c_{1,p}^{AI,F,\delta},\theta_1,\theta_2)}{dc_1} = 0$

Or, comme $\frac{\partial VP^{IP,F}(c_1)}{\partial c_1} = \frac{dJ_p^{F,\delta^*}(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1} - \frac{dJ_p^{F,\delta}(c_1,\theta_1,\theta_2)}{dc_1} \geq 0$,

$u_1'(c_{1,p}^{AI,F,\delta^*}) + \frac{dJ_p^{F,\delta}(c_{1,p}^{AI,F,\delta^*},\theta_1,\theta_2)}{dc_1} \leq 0$

Sous H_1, on conclut que $c_{1,p}^{AI,F,\delta^*} \geq c_{1,p}^{AI,F,\delta}$ ■

Ainsi, ne pas tenir compte d'une partie de la précaution conduit à prendre une décision moins précautionneuse.

Application : l'exemple de l'exploitation/préservation

$VP^{IP}(d1) = J_p^{F^*}(d1) - J_p^F(d1), VP^{IP}(d0) = J_p^{F^*}(d0) - J_p^F(d0)$

Un décideur qui ne tient pas compte de la précaution sur-estime les bénéfices du développement. Quand plus d'enjeu de précaution est pris en compte, il y a une composante en moins aux bénéfices associés au développement (c'est la P-valeur d'option).

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en lumière les faits suivants concernant la valorisation des décisions de première période :

Ne pas tenir compte des irréversibilités a pour effet de surestimer la valeur des décisions et ce d'autant plus que les décisions sont moins flexibles. Ne pas tenir compte de l'enjeu de précaution a pour effet de surestimer la valeur des décisions et ce d'autant plus que les décisions sont moins précautionneuses.

Ne pas tenir compte de l'information conduit à sous-estimer la valeur des décisions mais on ne peut rien dire sur la variation de cette sous-estimation selon la précaution des décisions.

Nous sommes restés sur le plan théorique. Toutefois, pour évaluer ces valeurs d'option, afin de les intégrer au calcul économique, il existe des problèmes pratiques importants (Decaestecker, Rotillon 1994).

Conclusion Générale

Depuis quelques années, en matière d'environnement, se pose la question de l'opportunité d'agir en l'absence de certitudes scientifiques en opposition à la règle qui a été pendant longtemps d'attendre d'en savoir davantage avant de prendre des mesures effectives.

Le sentiment d'erreurs commises et la prise de conscience que l'ampleur du risque s'il est avéré est telle que sa gestion sera extrêmement coûteuse -et surtout lorsqu'il y a des irréversibilités, l'adaptation peu s'avérér impossible- sont à l'origine de ce questionnement. Il est alors nécessaire d'appréhender différemment la décision, d'apprendre à décider en l'absence de certitudes scientifiques.

Le Principe de précaution est sensé répondre à ces attentes mais son application opérationnelle n'est toujours pas claire. Dans cette thèse, en partant du point de vue de la théorie de la décision, nous avons voulu proposer un éclairage, suggérer des outils.

Nous sommes partis du constat que le critère d'espérance d'utilité, critère traditionnellement utilisé pour analyser les décisions économiques en incertitude, n'est pas toujours adapté à l'incertitude environnementale. Il suppose en effet l'existence d'une distribution de probabilité unique. Or, il s'avère que cette probabilité est rarement disponible et qu'attribuer une probabilité subjective n'est pas toujours adapté.

L'incertitude environnementale nous a semblé spécifique, de sorte que nous avons commencé par caractériser l'incertitude environnementale puis chercher les outils mathématiques permettant sa représentation. Nous avons caractérisé cette incertitude comme une incertitude à deux niveaux. Elle réside tout d'abord dans l'absence de relation de causalité établie. Elle est représentable par l'outil des possibilités. Au deuxième niveau, conditionnellement à chaque relation de causalité, il existe une incertitude probabilisable, représentable par l'outil des probabilités et leur généralisation.

A partir de là, nous avons proposé des critères de décision pertinents pour traiter un problème environnemental en incertitude, critères dont la représentation de l'incertitude correspond à celle proposée précédemment.

Nous avons également proposé un critère en incertitude correspondant à une autre approche de la décision, une approche positive. Il exsite aujourd'hui une version radicale du principe de précaution vu comme principe d'abstention.Nous proposons une formulation du comportement d'un décideur public correspondant au Principe de précaution dans cette version radicale. Nous comparons ces décisions avec ce qu'une application proportionnée du Principe de précaution pourrait donner. Nous proposons une mesure d'un taux de mauvaise décision prise par le décideur public. Le recul de la date de la future élection et le rapprochement de la date d'arrivée d'information conduisent à des choix plus précautionneux par le décideur public. Cette tendance à plus de précaution correspond à une augmentation du biais de ivergence et donc de mauvaises décisions.

Nous avons ensuite intégré dans notre analyse des décisions environnementales en incertitude une autre caractéristique essentielle des problèmes environnementaux : les irréversibilités. Nous traitons de problème en dynamique, avec arrivée d'information et des irréversibilités. Il existe des analyses économiques qui prennent en compte ces dimensions, mais elles sont réalisées dans un cadre d'espérance d'utilité. Outre le problème de formalisation de l'incertitude, l'analyse des irréversibilités n'est pas claire. Le concept de référence est celui "d'effet irréversibilité" : il énonce que dans un problème avec des irréversibilités, la perspective d'information induit des choix optimaux de première période plus flexibles (Arrow-Fisher 1974, Henry 1974). Mais ce concept entretient une certaine confusion : il ne permet pas de faire la part entre le rôle des irréversibilités, de l'information. Nous avons donc choisi de reexaminer ces modèles dans un cadre non espérance d'utilité -en adoptant le critère Maxmin- et de clarifier ce concept -en introduisant d'autres effets-.

Nos résultats sont les suivants : l'irréversibilité induit des choix plus flexibles quelle que soit la structure d'information ; en l'absence de contrainte d'irréversibilité, l'information n'induit pas nécessairement des choix plus précautionneux ; si en l'absence de contrainte d'irréversibilité, l'information induit des choix plus précautionneux alors en présence d'irréversibilité, l'information induit des choix plus flexibles. Qualitativement, les résultats obtenus avec le critère maxmin sont similaires avec ceux obtenus avec un critère espérance d'utilité. Par contre, quantitativement les résultats sont différents. Nous avons montré en particulier que le critère Maxmin n'est pas réductible à un traitement probabiliste.

"L'effet irréversibilité" est un concept très lié à celui de quasi-valeur d'option. Nous avons alors défini des valeurs d'option associées aux nouveaux effets introduits, dans le même souci d'isoler l'influence de chaque caractéristique sur la valorisation des décisions.

Ces résultats montrent l'importance de la prise en compte des différentes caractéristiques -incertitude, information, irréversibilités- dans les décisions, de leurs effets respectifs.

Un certain nombre de questions restent évidemment à analyser. Parmi elles, deux nous interpellent. Il faudrait tout d'abord étudier l'agrégation des préférences individuelles pour établir des critères de décision collectif. De plus, nous avons étudié le choix d'une décision par rapport à un risque donné. Or, souvent le décideur doit décider par rapport à plusieurs risques. Il est alors nécessaire d'analyser comment fixer des priorités pour répartir les moyens disponibles entre plusieurs types de risque.

Bibliographie Générale

ARROW, K.J, FISHER, A.C. (1974) : "Environmental preservation, uncertainty and irreversibility", *Quarterly Journal of Economics,* 88, 312-319.

ARROW K., HURWICZ L. (1972) : "An optimality criterion for decision making under ignorance", in *Uncertainty and Expectations in Economics*, éd. par C.Carter et J.Ford, 1-11. B.Blackwell.

BLACKWELL, D. (1951) : "Comparison of experiments", in J.Neyman, ed., *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability* (Berkeley : University of California Press, 1951), 93-102.

BONTEMS P., ROTILLON G. (1998) : *Economie de l'environnement*, eds la Découverte, 1998.

BOUCHON-MEUNIER (1994) : *La logique floue*, Paris, PUF, coll. "Que sais-je ?", 2e édition.

BOUGLET T., LANZI T., VERGNAUD J-C. (2002) : "Le coût d'un Principe de précaution mal défini", *mimeo.*

BOUGLET T., VERGNAUD J-C. (2000) : "Une approche non bayésienne de la théorie des irréversibilités décisionnelles", *Cahiers de la MSE, EUREQua*, *n*°2000.107.

BOURG D., SCHLEGEL J-L. (2001) : *Parer aux risques de demain. Le principe de précaution*, eds Seuil.

CHARLIER, C. (1997) : "Effet irréversibilité et information endogène. Application à la dissémination d'organismes génétiquement modifiés", *Revue Economique*, 93-105.

CHASSAGNON A., VERGNAUD J-C. (1999) : "A positive value of Information for a non-Bayesian decision-maker", mimeo.

Commission of the European Communities (2000), *Communication on the Precautionary Principle,* Brussels, COM(2000)1, 02.02.

CHEVASSUS-au-LOUIS B. (2002) : "L'analyse du risque alimentaire : vers de nouvelles pratiques ?", à paraître dans Atala.

CHEVASSUS-au-LOUIS B. (2000) : "L'analyse du risque alimentaire : quels principes, quels modèles, quelles organisations pour demain ?", Conférence de l'OCDE sur la sécurité sanitaire des aliments issus d'OGM, Edimbourg 2000.

CHEVE, M., CONGAR, R. (2000) : "Le Principe de précaution conduit-il toujours à une utilisation plus conservatrice des ressources naturelles ?", mimeo.

COHEN M., TALLON J-M. (2000) : "Décision dans le risque et l'incertain : L'apport des modèles non additifs", *Revue d'Economie Politique*, 110(5), sept-oct. 2000.

COHEN M., JAFFRAY J-Y. (1980) : "Rational behavior under complete ignorance", *Econometrica*, 48(5), 1281-1299.

COHEN M., JAFFRAY J-Y., SAID T. (1987) : "Experimental comparison of individual behavior under risk and under uncertainty for gains and for losses", *Organizational Behavior and human decision process*, 39, 1-22.

COMMISSARIAT GENERAL DU PLAN (2002) : *La décision publique face aux risques*, Rapport du séminaire "Risques" animé par Michel Matheu, La documentation française, 2002.

DECAESTECKER J.-P., ROTILLON G. (1994) : "Regard sur l'économie de l'environnement", Problèmes Economiques, n°2.364, 1-8.

DUBOIS D., PRADE H., SABBADIN R. (2000) : "Qualitative Decisions Theory with sugeno Integrals", *Fuzzy measures and Integrals. Theory and Applications. Studies in fuzziness and soft computing.* Réds : Grabisch, M., Murofushi T., Sugeno M. Eds Physica-Verlag, 314-322, 2000.

DUBOIS D., PRADE H. (1987) : *Théorie des possibilités*, Paris, Masson, 1987,

2^e édition.

EPSTEIN, L.G., LE BRETON, M.(1993) : "Dynamically Consistent Beliefs Must be Bayesian", *Journal of Economic Theory*, 61, 1-22.

EPSTEIN, L.S. (1980) : "Decision-making and the temporal resolution of uncertainty", *International Economic Review*, 21, 269-284.

FISHER C. F. (2000) : " Reflections on irreversibility : environmental science and environmental economics", Plenary Session, Tenth Annual Conference EAERE, 2000.

FISHER C. F., HANEMANN W. M. (1990) : "Information and the Dynamics of Environmental Protection : The Concept of the Critical Period", *Scandinavian Journal of Economics*, 92(3), 399-414.

FISHER C. F., HANEMANN W. M. (1987) : "Quasi-option value : some misconceptions dispelled", *Journal of Environmental Economics and Management*,14, 183-190.

FREIXAS, X., LAFFONT, J.J. (1984) : "On the irreversibility effect", in M.Boyer, R.E. Kihlstrom (eds), *Bayesian models in Economic Theory*, Amsterdam North Holland, 1984, 149-155.

GAJDOS, T., TALLON, J-M., VERGNAUD, J-C. (2002a) : "Decision making with imprecise probabilistic information", Working Paper 2002-50, EUREQua-Université Paris I.

GAJDOS, T., TALLON, J-M., VERGNAUD, J-C. (2002b) : "Controverses et prise de décision", *mimeo*

GHIRARDATO, P. (2001) : "Coping with ignorance : Unforeseen Contingencies and Non-Additive Uncertainty", *Economic Theory*, 17, 247-276.

GILBOA I., SCHMEIDLER D. (1996) : "Case-based optimization", *Games and Economic Behavior*, 15, 1-26.

GILBOA I., SCHMEIDLER D. (1995) : "Case-based decision theory", *The Quarterly Journal of Economics*, August 1995, 605-639

GILBOA, I., SCHMEIDLER, D. (1989) : "Maxmin expected utility with a non unique prior", *Journal of Mathematical Economics*, 18, 141-153.

GODARD O. (2001) : "Le principe de précaution, un principe politique d'action", *Revue Juridique de l'Environnement*, n° spécial 2000 'le principe de précaution', 127-144.

GODARD O. (2000) : "The precautionary principle. Matching economic axiomatics and reasoned heuristics to tackle collective risks", 4^{th} Journées GREEN-CIRANO "Environmental and resource economics".

GODARD O. (dir.) (1997) : *Le principe de précaution dans la conduite des affaires humaines.* Paris, eds de la MSH et eds de l'INRA.

GOLLIER, C., JULLIEN, B, TREICH, N. (2000) : "Scientific progress and irreversibility : an economic interpretation of the Precautionary Principle", *Journal of Public Economics*, 75, 229-253.

GRAHAM-TOMASI T.(1995) : "Quasi-option value", *The Handbook of Environmental Economics*, D.W. Bromley, ed. Blackwell, 594-614.

HANEMANN W. M. (1989) : "Information and the concept of Option Value", *Journal of Environmental Economics and Management*, 16, 23-37.

HENRY, C, HENRY, M (2002) : "The precautionary principle finally formalized", mimeo.

HENRY, C. (1974) : "Investment decisions under uncertainty : the irreversibility effect", *American Economic Review*, 64, 1006-1012.

HENRY, C. (1974) : "Option Value in the Economics of Irreplaceable Assets", *Review of Economics Studies*, 89-104.

IMMORDINO, G. (1999) : *Risque et irréversibilité : trois essais en théorie de l'information*, Thèse Université de Sciences-Sociales de Toulouse.

JAFFRAY J-Y. (1989a) : "Généralisation du critère de l'utilité espérée aux choix dans l'incertain régulier", *Recherche Opérationnelle*, 23, 237-267.

JAFFRAY J-Y. (1989b) : "Linear utility for belief functions", *Operations Re-*

search Letters, 8, 107-112.

JOLY, P-B. (2000) : "Nouvelles technologies, nouvel environnement", *Cahiers Français*, n°294, 53-59.

JONES, R.A., OSTROY, J.M. (1984) : "Flexibility and Uncertainty", *Review of Economic Studies*, LI, 13-32.

KAST R. (2002a) : *La théorie de la décision*, eds la Découverte, 2002.

KAST R. (2002b) : "Calcul d'un coût économiquement acceptable pour la mise en pratique du principe de précaution", mimeo.

KLIBANOFF, P., MARINACCI M., MUKERJI S. (2002) : "A Smooth Model of Decision Making under Uncertainty", *mimeo*.

KOLSTAD C. D. (1996) : "Fundamental irreversibilities in stock externalities", *Journal of Public Economics*, 60(2), 221-234.

KOURILSKY, VINEY (2000) : *Le Principe de précaution*. Rapport au premier ministre, Paris, éd. Odile Jacob.

QUIGGIN J. (1982) : "A theory of anticipated utility", *Journal of Economic Behavior and Organization*, 3, 323-343.

LANGE (2000) : "Decisions on Greenhouse Gas Emissions under Uncertainty-The Concept of Choquet-Expected Utility Maximization", *Discussion Paper 315, Department of Economics, University of Heidelberg*.

MARSCHAK, J., MIYASAWA, K. (1968) : "Economic comparability of information systems", *International Economic Review*, 137-174.

MILLER, J.R., LAD, F. (1984) : "Flexibility, learning, and irreversibility in environmental decisions : a Bayesian approach", *Journal of Environmental Economics and Management*, 11, 161-172.

RAMANI, S.V., RICHARD, A., TROMMETTER, M. (1992) : "Une approche élargie de l'effet irréversibilité. Application au cas de la conservation de la biodiversité", *Revue Economique*, 4, 769-784.

RAMANI, S.V., RICHARD, A. (1993) : "Decision , irreversibility and flexibility :

the irreversibility effect re-examined", *Theory and Decision*, 35, 259-276.

RAUCHS, A., WILLINGER, M. (1996) : "Application à l'effet irréversibilité", *Revue Economique*, 1, 51-71.

ROQUEPLO P. (1997) : Entre savoir et décision, l'expertise scientifique, INRA éditions.

SAVAGE L. (1954) : *The foundations of statistics.* NewYork, John Wiley.

SHACKLE G.L.S. (1967) : *Décision, déterminisme et temps.* Dunod Editeur Paris.

SCHMEIDLER D. (1989) : "Subjective probability and expected utility without additivity", *Econometrica*, 57(3), 571-587.

ULPH, A., ULPH, D. (1997) : "Global warming, irreversibility and learning", *Economic Journal*, 107, 636-649.

VON NEUMANN J., MORGENSTERN O. (1947) : *Theory of games and economic behavior.* Princeton University Press.

WALLEY, P. (1991) *Statistical Reasoning with Imprecise Probabilities*, London : Chapman and Hall

WILLINGER M. (1989) : "Flexibilité et valeur de l'information", in Cohendet P., Llerena P., *Flexibilité, information et décision,* Economica, Paris, 1989, 103-120.

ZADEH (1978) : "Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility", Fuzzy Sets and Systems, 1,3-28.

Table des matières

[14] Ce chapitre est issu d'un travail avec T. Lanzi et J-C Vergnaud (Bouglet, Lanzi, Vergnaud 2002)

[15] Ce chapitre est issu d'un travail avec J-C Vergnaud (Bouglet, Vergnaud 2000).

[16] Nous remercions Gilles Rotillon pour sa suggestion d'introduire de nouveaux concepts de valeurs d'option.